

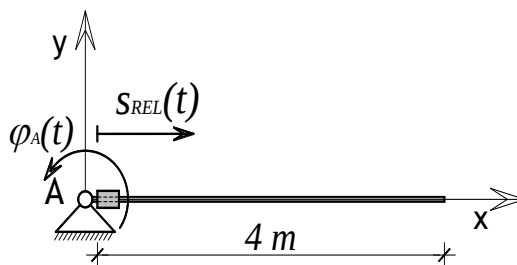
NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_A \ddot{\epsilon} = \sum \vec{M}_A$). Na kraju svakog zadatka iskazati tražena rješenja.

1. Štap duljine 4m zgloбно je spojen u točki A i rotira oko točke A po zakonu $\varphi_A(t)$. Na štapu se nalazi klizač koji se giba relativno po štapu prema zakonu $s_{REL}(t)$. Početni položaj sustava (za $t=0$ s) prikazan je na slici.

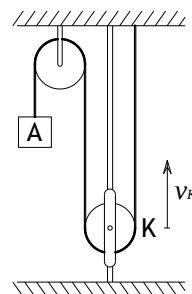
Štap rotira po zakonu: $\varphi_A(t) = \frac{3\pi}{4} t^2$

Gibanje klizača po štapu dano je zakonom: $s_{REL}(t) = 2t^2$

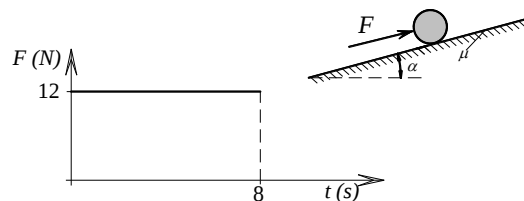
Treba odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje (**iznos i vektor**) u trenutku $t = 1$ s. **Sve vektore treba prikazati na crtežu.**



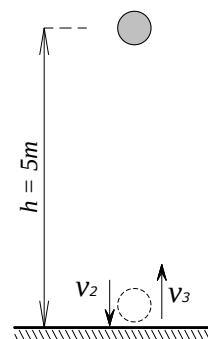
2. Sustav prikazan na slici povezan je nerastezljivim užetom. Potrebno je odrediti brzinu tereta A, ako se klizač K giba prema gore brzinom $v_K = 2\text{ m/s}$.



3. Materijalna točka težine $G=10$ N miruje na hrapavoj kosini ($\mu=0,3$ i $\alpha=15^\circ$), kad na nju počne djelovati sila F koja se u vremenu mijenja prema zadanom dijagramu. Treba odrediti dijagrame $R(t)$, $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ sa ucrtanim tangentama i njihovim nagibima u intervalu gibanja kuglice (**do zaustavljanja**).

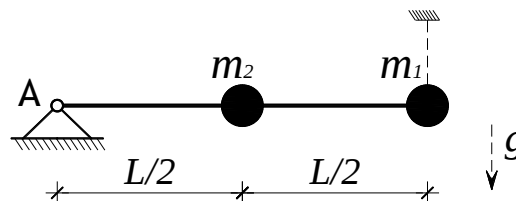


4. Kuglica mase m puštena je da vertikalno pada (bez otpora zraka) sa visine $h = 5\text{ m}$. Kuglica udara u horizontalnu podlogu pri čemu je koeficijent restitucije $e=0,6$. Potrebno je odrediti brzinu kuglice neposredno prije udara u podlogu i visinu do koje će se kuglica odbiti nakon sudara s podlogom.



5. Dvije čestice mase $m_1=4\text{ kg}$ i $m_2=2\text{ kg}$ spojene su štapom duljine $L=4\text{ m}$ i jednoliko distribuirane mase $m_s=0,5\text{ kg/m'}$. Štap je zgloбно spojen u točki A i sustav je pridržan u prikazanom položaju. Nakon uklanjanja pridržanja doći će do gibanja u **vertikalnoj ravni**. Za trenutak u kojem počinje gibanje treba odrediti:

- vektore brzina i ubrzanja čestice m_1 i m_2 ,
- vektor reakcije u zglobu A.



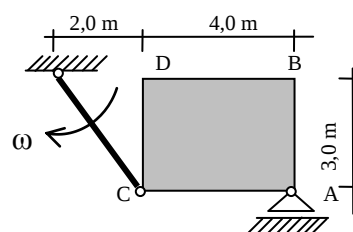
1. Treba napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju funkcije $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ kod gibanja po pravcu, te s **nekoliko rečenica objasniti** njihovo **geometrijsko značenje**. Primjeniti i pokazati razumijevanje navedenog geometrijskog značenja pri rješavanju zadatka (ne crtati općenite funkcije iz skripte):

Čestica krene iz točke A na pravcu i ubrzava konstantnim ubrzanjem tako da brzinu od $75,6 \text{ km/h}$ postigne za 15 s . Slijedećih 525 m giba se konstantnom brzinom i dođe do točke B koja se nalazi na pola puta od točke A do točke C na pravcu. U točki B počne jednoliko usporavati i zaustavi se u točki C. Treba odrediti udaljenost od točke A do točke C i trajanje puta od A do C, te odrediti veličine i u mjerilu nacrtati grafove funkcija $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ s ucrtanim tangentama.

Pri rješavanju zadatka treba nacrtati grafove svih funkcija, označiti sve poznate i nepoznate vrijednosti koje se koristi pri rješavanju, te zadatak riješiti koristeći geometrijske interpretacije diferencijalnih i integralnih odnosa.

2. Objasniti svojstva i postupak određivanja apsolutnog i relativnog pola brzina u kinematici mehanizama. Navesti i objasniti sve zaključke Kennedyevog teorema. Pokaži da sve to vrijedi na primjeru: Dvije ploče gibaju se u ravlini x, y . U promatranom trenutku dvije točke određene su koordinatama $x_A=7 \text{ m}$, $y_A=5,5 \text{ m}$ i $x_B=-3 \text{ m}$, $y_B=5 \text{ m}$. Točka A ima brzinu $\vec{v}_A = [1,5\vec{i} - 2\vec{j}] (\text{m/s})$ i nalazi se na ploči II koja se rotira kutnom brzinom $\vec{\omega}_{II} = -1,0\vec{k} (\text{r/s})$. Točka B ima brzinu $\vec{v}_B = [2\vec{i} + \vec{j}] (\text{m/s})$ i nalazi se na ploči I koja se rotira kutnom brzinom $\vec{\omega}_I = -0,5\vec{k} (\text{r/s})$. Treba iz nezavisnih jednadžbi odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča te na crtežu prikazati položaj polova i dokazati da vrijedi Kennedyev teorem.

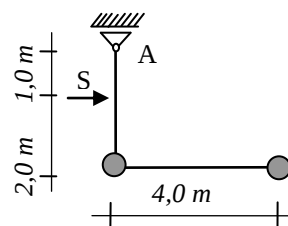
3. Objasniti pretpostavke i dokaz teorema o ravnopravnosti točaka za izbor pomičnog ishodišta u kinematici tijela. Pokazati da teorem vrijedi na rješenju brzine i ubrzanja točke B u prikazanom mehanizmu. Kutna brzina štapa je $\omega = 1,2 \text{ r/s} = \text{const}$. Kutnu brzinu i ubrzanje ploče odrediti po volji odabranim postupkom.



4. Napisati i objasniti općenite zakonitosti koje vrijede kod djelovanja impulsa na sustav povezanih čestica koje se gibaju u prostoru i posebno za sustav u ravlini (u tekstu je potrebno opisati značenje svake oznake).

Primjeniti navedene zakone na rješenje slijedećeg zadatka:

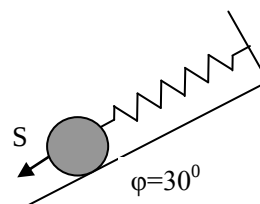
Dvije čestice vezane su na štap bez mase i miruju na horizontalnoj glatkoj podlozi u trenutku kad djeluje impuls $S=4 \text{ Ns}$. Treba odrediti reaktivni impuls u spoju A i brzinu točke A. Svaka čestica ima masu $m=2 \text{ kg}$.



5. Treba objasniti kako se određuje rad utrošen na deformaciju idealno elastičnog tijela (prikazati izvod uz crtež). Primjeniti na rješenje zadatka:

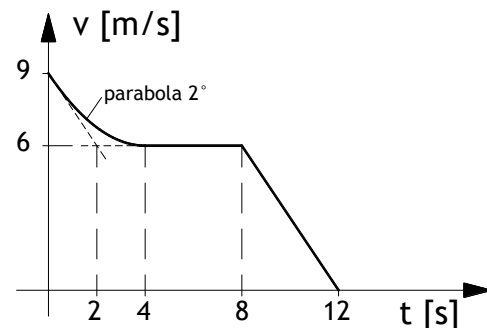
Kuglica težine 20 N vezana za oprugu krutosti $k=40 \text{ N/cm}$ miruje na glatkoj kosini nagiba $\varphi=30^\circ$. Nedeformirana duljina opruge iznosi $L_0=1,0 \text{ m}$. Treba odrediti maksimalnu deformaciju opruge nakon djelovanja impulsa $S=10 \text{ Ns}$.

Problem treba postaviti s općim oznakama, navesti značenje i prikazati na crtežu svaku oznaku a zatim uvrstiti numeričke vrijednosti.



NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_A \vec{\epsilon} = \sum \vec{M}_A$). Na kraju svakog zadatka iskazati tražena rješenja.

1. Točka se giba po pravcu i zadan je dijagram promjene brzine u vremenu. Treba napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose nacrtati dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i njihove nagibe.



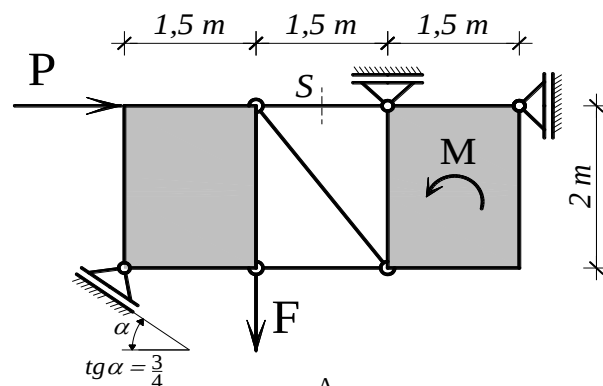
2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti silu u označenom štapu S. Za dobiveni mehanizam treba odrediti polove i nacrtati planove pomaka.

Zadano je:

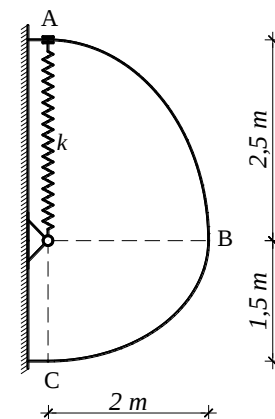
$$F = 6 \text{ kN},$$

$$P = 1,5 \text{ kN},$$

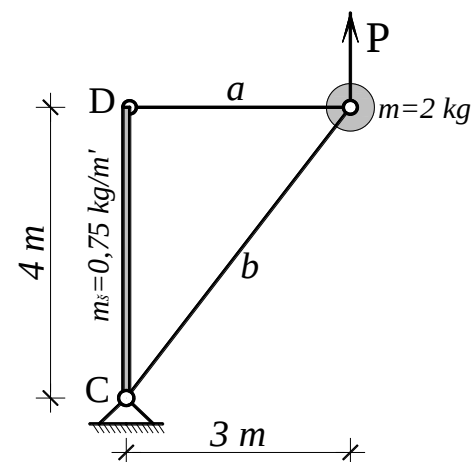
$$M = 4 \text{ kNm}.$$



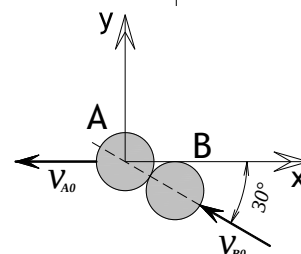
3. Prsten mase $m=2\text{kg}$ spojen je na oprugu i pridržan u položaju A u **vertikalnoj ravnini**. Opruga krutosti $k = 200 \text{ N/m}$ nedeformirana je u položaju C. Ako se prsten pusti iz položaja A u gibanje, tako da kliže po žici prikazanog oblika bez trenja, odredi brzinu prolaza prstena kroz položaje B i C.



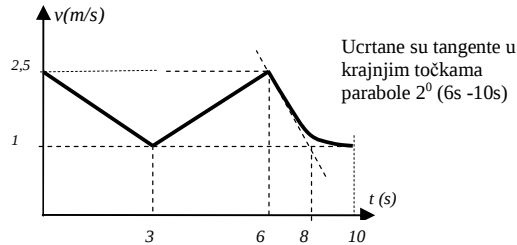
4. Na štap CD jednoliko distribirane mase $m_s = 0,75 \text{ kg/m'}$ zglobo su spojeni štapovi **a** i **b** čiju masu možemo zanemariti. U spoju štapova **a** i **b** nalazi se dodatna čestica mase $m = 2 \text{ kg}$. Sustav miruje u **horizontalnoj ravnini** i zglobo je spojen u točki C prema silci. Potrebno je odrediti sile u štapovima **a** i **b** u trenutku kada na sustav počne djelovati sila $P = 11 \text{ N}$.



5. Kuglica B udari brzinom $v_{B0}=2 \text{ m/s}$ u kuglicu A koja se giba se brzinom $v_{A0}=1 \text{ m/s}$ po glatkoj horizontalnoj ravnini xy. Koeficijent restitucije je $e = 0,8$. Kuglica B ima **dvostruko veću masu** od kuglice A. Treba odrediti **vektor i iznos brzina** obiju kuglica nakon sudara.



1. Napisati opće izraze diferencijalnih i integralnih odnosa između ubrzanja, brzine i prijeđenog puta čestice koja se giba po pravcu te s **nekoliko rečenica objasniti geometrijsko značenje** svakog napisanog izraza. Primjeniti i pokazati razumijevanje navedenog pri određivanju veličina i grafova funkcija $a(t)$ i $s(t)$ iz zadane funkcije $v(t)$, a ne na crtežima funkcija iz skripte. Treba nacrtati sve funkcije trokutima u mjerilu, upisati i pokazati kako su određene sve karakteristične vrijednosti na grafovima te kako su određene ucrtane tangente.

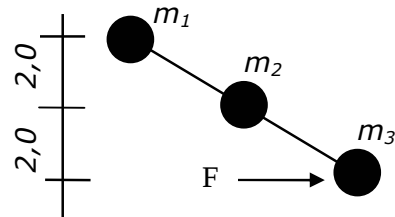


2. Objasniti svojstva i načine određivanja apsolutnih i relativnih polova brzina u kinematici mehanizama. Navesti i objasniti **zaključke** Kennedyevog teorema (ne traži se izvod). Pokaži da to vrijedi na primjeru: Dvije ploče gibaju se u ravnini x,y. U promatranom trenutku poznate su koordinate točke A (10,5m ; 4,5m) i točke B (7,5m; 0,5m) na ploči I, i njihova brzina $\vec{v}_{Ax} = -6\vec{i} (m/s)$ i $\vec{v}_{By} = -7,5\vec{j} (m/s)$. U istom trenutku ploča II rotira se kutnom brzinom $\vec{\omega}_{II} = 6\vec{k} (r/s)$ tako da točka C(1,5m; 0,5m) na ploči II ima brzinu $\vec{v}_C = 18\vec{i} - 3\vec{j} (m/s)$. Treba odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča isključivo koristeći kinematička svojstva polova. Na crtežu treba označiti sve tražene veličine i pokazati da vrijedi Kennedyev teorem.
3. Objasniti početne pretpostavke i prikazati izvod osnovnog teorema kinematike nedeformabilnog tijela. Pokazati primjenu pri određivanju brzina točaka A, B i C na ploči koja se giba u ravnini XY. U promatranom trenutku poznat je položaj točke C(-3m; 3m), točka A nalazi se u ishodištu i ima brzinu $\vec{v}_A = 3,5\vec{i} (m/s)$, a točka B ima koordinate B(4m;3m) i poznatu y koordinatu vektora brzine $v_{By} = 2 (m/s)$. Treba odrediti brzinu točke B i C isključivo pomoću navedenog teorema!

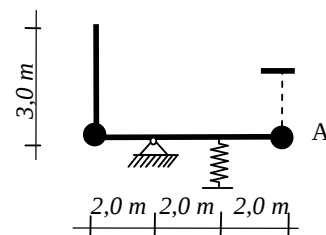
4. Objasniti prvi i drugi Newtonov aksiom i njihovu primjenu na analizu gibanja sustava čestica. Pokazati na rješenju zadatka:

Tri čestice zanemarivih dimenzija i mase $m_1=5 \text{ kg}$, $m_2=3 \text{ kg}$ i $m_3=2 \text{ kg}$, kruto su spojene na štap duljine $L=8,0\text{m}$ bez mase, kako je prikazano na crtežu.

Štap s kuglicama miruje na glatkoj horizontalnoj podlozi u trenutku kad na česticu m_3 djeluje sila $F=120\text{N}$. Treba odrediti veličinu i položaj ukupne inercijalne sile sustava neposredno nakon djelovanja sile F.



5. Pokazati načine na koje možemo odrediti diferencijalnu jednačinu oscilacija linearnog oscilatora i objasniti koje su pretpostavke i značenje pojedinih oznaka. Primjeniti jedan od opisanih načina na određivanje diferencijalne jednačine slobodnih oscilacija čestice A u prikazanom sustavu. Treba odrediti zakon slobodnih oscilacija čestice A nakon uklanjanja pridržavanja pri kojem je opruga bila nenapregnuta. Krutost opruge je $k=4000\text{N/m}$. Masa štapa je 1kg/m^1 a obje čestice imaju masu $m=2\text{kg}$.



NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_A \ddot{\epsilon} = \sum \overline{M}_A$). Na kraju svakog zadatka iskazati tražena rješenja.

1. Položaj točke određen je vektorskom funkcijom:

$$\vec{r}(t) = \left[3 + 9 \cos\left(\frac{1}{3}t\right) \right] \vec{i} + \left[6 - 9 \sin\left(\frac{1}{3}t\right) \right] \vec{j} \quad m.$$

Potrebno je odrediti:

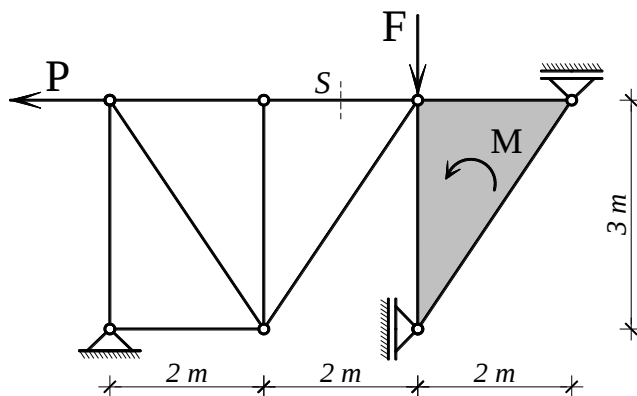
- jednadžbu trajektorije i nacrtati trajektoriju,
- zakon promjene brzine i ubrzanja točke (vektorsku i skalarnu funkciju),
- položaj točke na trajektoriji, te brzinu i ubrzanje za trenutak $t = 3\pi$ [s] (vektor i skalar),
- veličinu normalne i tangencijalne komponente ubrzanja za trenutak $t = 3\pi$ [s].

2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti silu u označenom štapu S. Za dobiveni mehanizam treba odrediti polove i nacrtati planove pomaka. Zadano je:

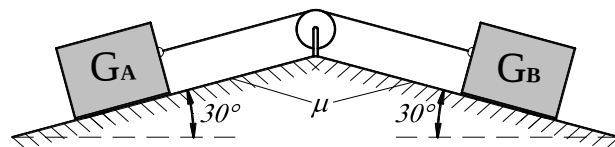
$$F = 6 \text{ kN},$$

$$P = 1,5 \text{ kN},$$

$$M = 5 \text{ kNm}.$$

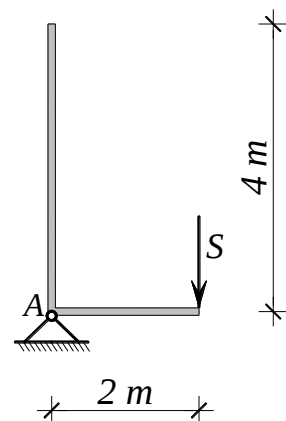


3. Dva tereta težina $G_A = 10 \text{ N}$ i $G_B = 30 \text{ N}$ nalaze se na hrapavim kosinama ($\alpha = 30^\circ$ i $\mu = 0,2$) i povezana su nerastezljivim užetom koje je prebačeno preko glatke koloture. Potrebno je odrediti silu u užetu ako se prikazani sustav pusti u gibanje.



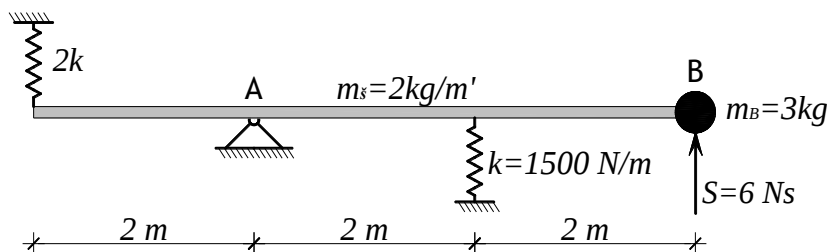
4. Štap prikazanog oblika i jednoliko distribirane mase $m = 0,75 \text{ kg/m'}$ zglobno je spojen u točki A prema slici, sustav miruje na **horizontalnoj glatkoj podlozi**. U jednom trenutku na njega djeluje impuls $S = 9 \text{ Ns}$ kako je prikazano na slici. Za trenutak neposredno nakon djelovanja impulsa S potrebno je odrediti:

- vektor i iznos kutne brzine štapa,
- reaktivni impuls u zglobo A,
- kinetičku energiju štapa.



5. Prikazani mehanički sustav miruje u vertikalnoj ravnini. U jednom trenutku na točku B djeluje impuls S kako je prikazano na slici. Potrebno je odrediti:

- zakon oscilacija točke B,
- maksimalni pomak i brzinu točke B.



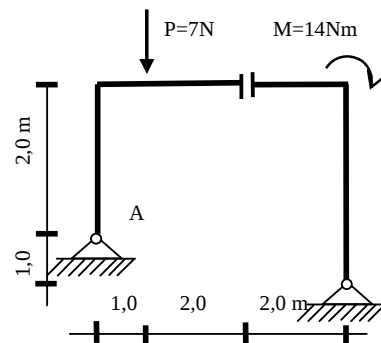
1. Treba napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju funkcije $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ kod gibanja po pravcu, te s **nekoliko rečenica objasniti** njihovo **geometrijsko značenje**. Pokazati razumijevanje navedenog pri rješavanju zadatka (ne crtati općenite crteže iz skripte):

Čestica se giba po pravcu. U početnom trenutku $t=0$ ima neku konstantnu brzinu v_0 . Prve 4s giba se konstantnom brzinom a zatim počne konstantno usporavati tako da nakon 2,5s od početka usporavanja promjeni smjer gibanja po pravcu. Treba odrediti koliko je usporenje i početna brzina ako je čestica za 10,5s od početka gibanja prešla put od 16,9m. Pri rješavanju zadatka treba nacrtati grafove svih funkcija, označiti sve poznate i nepoznate vrijednosti koje se koristi pri rješavanju, te zadatak riješiti koristeći geometrijsku interpretaciju diferencijalnih i integralnih odnosa. Treba u mjerilu s izračunatim vrijednostima nacrtati grafove funkcija $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ za $0 < t < 10,5s$, te ucrtati tangente.

2. Objasniti svojstva i postupak određivanja apsolutnog i relativnog pola brzina u kinematici mehanizama. Navesti i objasniti sve zaključke Kennedyevog teorema. Pokaži da sve to vrijedi na primjeru: Dvije ploče gibaju se u ravlini x,y. U promatranom trenutku poznate su koordinate točke C (10,5m ; 4,5m) i točke B (7,5m; 1,5m) na ploči I, i njihova brzina $\vec{v}_C = 4,5\vec{i} + 3\vec{j} (m/s)$ i $\vec{v}_B = 7,0\vec{j} (m/s)$. Točka A(2,0m;3,5m) ima brzinu $\vec{v}_A = [-1,5\vec{i} + 2\vec{j}] (m/s)$ i nalazi se na ploči II koja se rotira kutnom brzinom $\vec{\omega}_{II} = -1,0\vec{k} (r/s)$. Treba objasniti kinematičke jednadžbe iz kojih se određuju polovi te odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča te na crtežu prikazati položaj polova i pokazati da vrijedi Kennedyev teorem.

3. Objasniti postupak, navesti koji se teoremi primjenjuju i koje pretpostavke vrijede pri određivanju nepoznatih statičkih veličina metodom virtualnog rada.

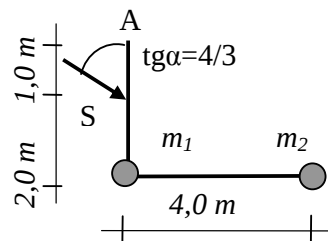
Za zadani statički sustav treba odrediti horizontalnu komponentu reakcije u zglobo A metodom virtualnog rada. Istu veličinu odrediti primjenom jednadžbi ravnoteže i usporediti rezultate.



4. Napisati i objasniti općenite zakonitosti koje vrijede kod djelovanja impulsa na bilo koji sustav povezanih čestica koje se gibaju u prostoru i posebno za sustav u ravlini (u tekstu je potrebno opisati značenje svake oznake).

Primjeniti navedene zakone na rješenje slijedećeg zadatka:

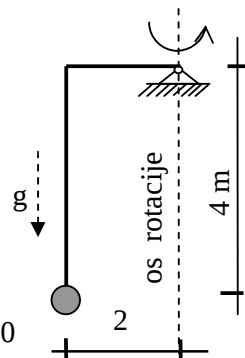
Dvije čestice vezane su na štap bez mase i miruju na horizontalnoj glatkoj podlozi u trenutku kad djeluje impuls $S=12Ns$. Treba odrediti vektor količine gibanja po veličini i položaju i brzinu točke A, neposredno nakon djelovanja impulsa. Svaka čestica ima masu $m_1=2kg$, $m_2=3kg$.



5. Treba objasniti D'Alambertov princip i njegovu primjenu u dinamici. Primjeniti na rješenje zadatka:

Kuglica mase 2kg vezana je za vrh štapa bez mase koji rotira konstantnom kutnom brzinom oko vertikalne osi u prikazanom položaju.

Treba odrediti veličinu kutne brzine i reakciju u zglobo A.



NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_A \vec{\epsilon} = \sum \vec{M}_A$). Na kraju svakog zadatka iskazati tražena rješenja.

1. Zadan je parametarski zakon gibanja:

$$x(t) = 2 + t; \quad y(t) = \frac{1}{2}t^2 - t$$

Treba odrediti:

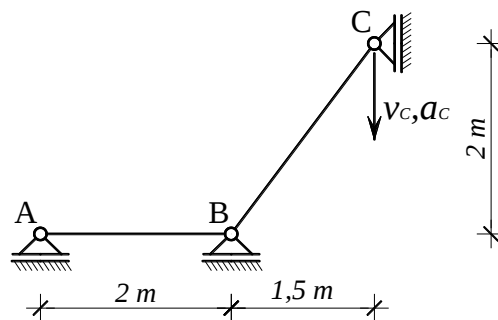
- trajektoriju i nacrtati graf,
- položaj točke za trenutke $t = 0$ s i $t = 1$ s,
- veličinu i vektor brzine za trenutak $t = 1$ s (nacrtati vektor na trajektoriju),
- veličinu i vektor normalne i tangencijalne komponente ubrzanja za trenutak $t = 1$ s (nacrtati vektore na trajektoriju).

2. Mehanizam u prikazanom položaju ima zadanu brzinu i ubrzanje točke C:

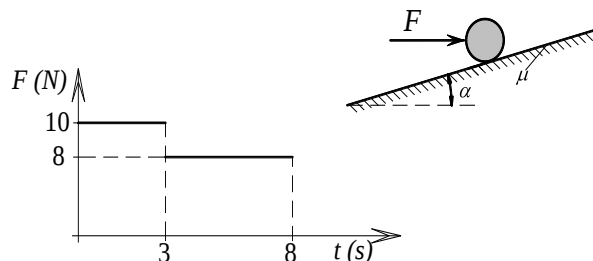
$$v_C = 3 \text{ m/s}; \quad a_C = 8 \text{ m/s}^2,$$

Grafoanalitičkim postupkom treba odrediti:

- vektore kutnih brzina i kutnih ubrzanja štapova AB i BC,
- vektore brzina i ubrzanja točaka A i B.

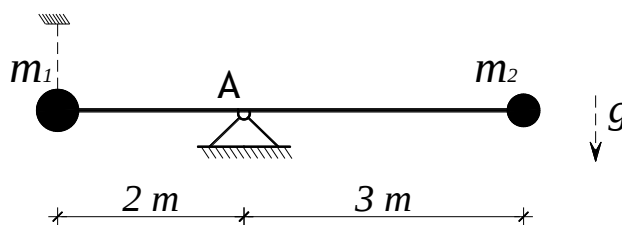


3. Materijalna točka težine $G = 10 \text{ N}$ miruje na hrapavoj kosini ($\mu = 0,3$ i $\alpha = 15^\circ$), kad na nju počne djelovati sila F koja se u vremenu mijenja prema zadanom dijagramu. Treba odrediti dijagrame $R(t)$, $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ sa **ucrtanim tangentama i njihovim nagibima** u intervalu djelovanja sile (do $t = 8$ s).



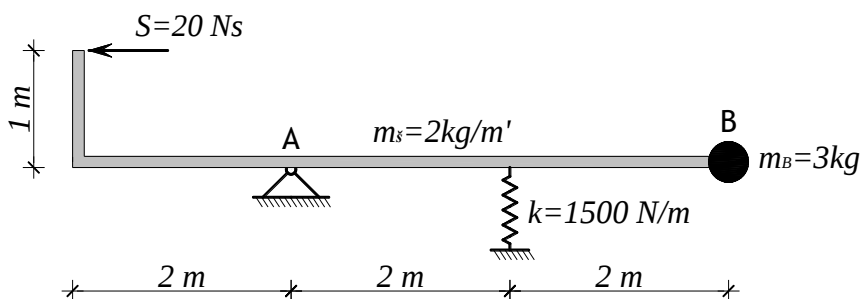
4. Dvije čestice masa $m_1 = 6 \text{ kg}$ i $m_2 = 2 \text{ kg}$, spojene su štapom duljine $L = 5 \text{ m}$ koji je bez mase. Štap je zglobovno spojen u točki A i sustav je pridrжан u prikazanom položaju. Nakon uklanjanja pridržanja doći će do gibanja u vertikalnoj ravnini. Za trenutak u kojem se štap nalazi u vertikalnom položaju treba odrediti:

- vektore brzina i ubrzanja čestica m_1 i m_2
- vektor reakcije u zglobov A

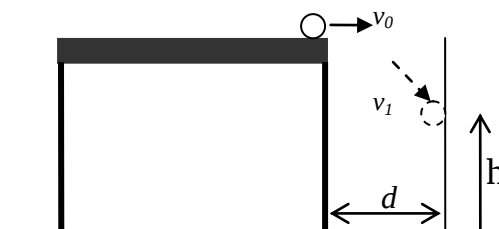


5. Prikazani mehanički sustav miruje u vertikalnoj ravnini. U jednom trenutku na njega djeluje impuls S kako je prikazano na slici. Masa štapa prikazanog oblika i materijalne točke B zadane su na silci. Potrebno je odrediti:

- zakon oscilacija točke B,
- maksimalni pomak i brzinu točke B.



1. Prikazati izvod od početnih postavki do jednadžbi koje opisuju idealni horizontalni hitac. Riješiti zadatak: kuglica izleti sa horizontalne glatke plohe stola brzinom v_0 u smjeru okomito na plohu zida, i nakon 0,3 sekunde udari u zid tako da vektor brzine v_1 sa zidom zatvara kut od 45° . Visina stola je 90cm. Otpor zraka za vrijeme gibanja kuglice je zanemariv. Treba odrediti



- na kojoj visini $h=?$ kuglica udari u zid
- koliko je udaljenost stola od zida, $d=?$
- brzinu kuglice u trenutku udara u zid
- početnu brzinu kuglice

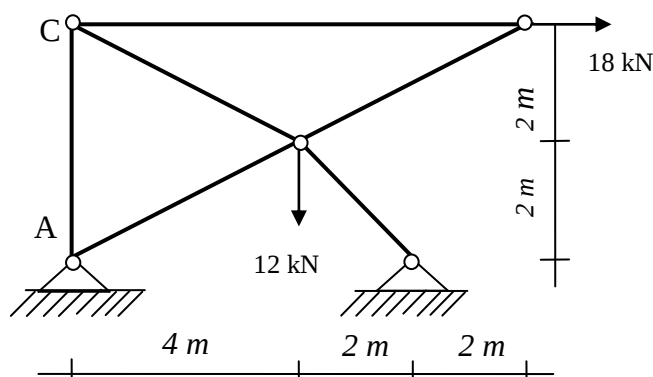
Potrebno je objasniti kako su određeni svi izrazi koji se koriste u rješavanju zadatka.

2. Navesti i objasniti svojstva apsolutnih i relativnih polova brzina te pravila koja vrijede pri određivanju planova pomaka u kinematici mehanizama.

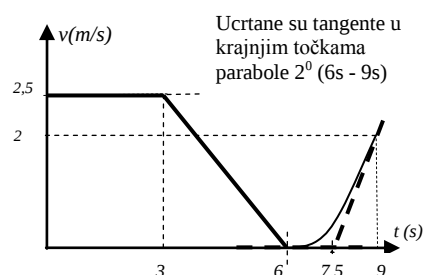
Primjeniti na rješenje zadatka:

Treba odrediti silu u štapu AC prikazanog rešetkastog sustava

- metodom virtualnog rada
- usporediti sa statičkim rješenjem.



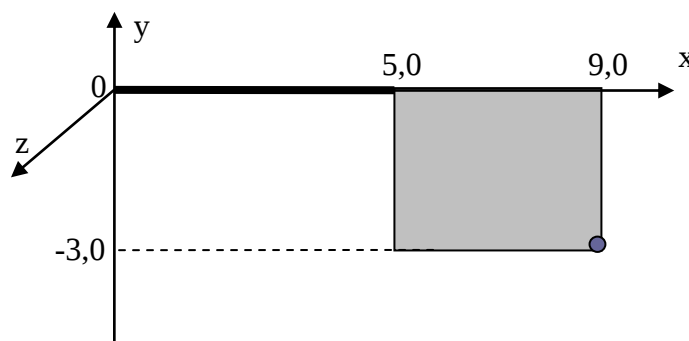
3. Napisati izraze i objasniti geometrijsko značenje diferencijalnih i integralnih zakonitosti koje povezuju brzinu, ubrzanje i prijeđeni put kod gibanja čestice po pravcu. Primjeniti i pokazati geometrijsko značenje pri rješavanju slijedećeg zadatka a ne na crtežima iz skripte: Treba odrediti sve podatke i nacrtati graf funkcije ubrzanja i funkcije prijeđenog puta ako je zadan graf funkcije brzine čestice koja se giba po pravcu.



4. Prikazati izvod s objašnjenjem Steinerovog pravila. Odgovor mora sadržati crtež s oznakama i opisom značenja svih veličina koje se koriste u matematičkoj formulaciji.

Primjeniti na slijedećem zadatku:

Štap mase $5,4 \text{ kg/m}^1$, ploča mase $1,5 \text{ kg/m}^2$ i čestica mase $5,0 \text{ kg}$ povezani su u prikazano kruto tijelo. Treba odrediti moment tromosti oko osi z koja je okomita na ravninu $x-y$ u kojoj leži tijelo.



5. Navesti i objasniti jednadžbe koje definiraju gibanje tijela u ravnini. Primjeniti na rješenje zadatka: Na česticu u krutom tijelu koje je prikazano u zadatku 4. djeluje sila $P=200 \text{ N}$ usmjerena paralelno s pozitivnom osi x .

Treba odrediti:

- veliçine koje određuju gibanje navedenog tijela
- vektor i veličinu ubrzanja čestice u kojoj je hvatište sile

NAPOMENA: Svaki odgovor boduje se sa 20 bodova ako rješenje sadrži objašnjenje teorijskog dijela pitanja i primjenu na zadatku.

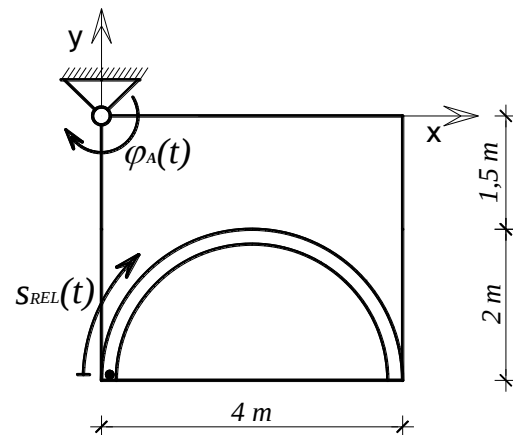
NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_A \ddot{\epsilon} = \sum \vec{M}_A$). Na kraju svakog zadatka iskazati tražena rješenja.

1. Pravokutna ploča zgloбно je spojena u točki A i rotira oko točke A po zakonu $\varphi_A(t)$. U ploču je urezan žlijeb u kojemu se giba kuglica po zakonu $s_{REL}(t)$. Početni položaj sustava (za $t=0$ s) prikazan je na slici.

Ploča rotira po zakonu: $\varphi_A(t) = \frac{4\pi}{9} t^2$

Gibanje kuglice u žlijebu dano je zakonom: $s_{REL}(t) = \frac{2\pi}{3} t$

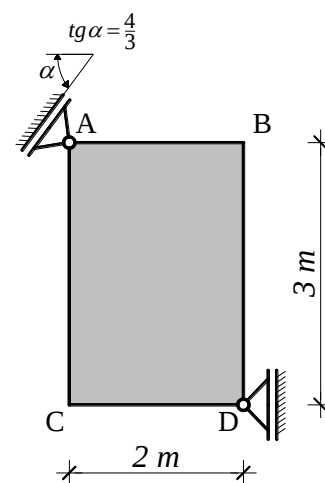
Treba odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje (**iznos i vektor**) u trenutku $t = 1,5$ s. **Sve vektore treba prikazati na crtežu.** (napomena: ne rotirati zadani koordinatni sustav!!)



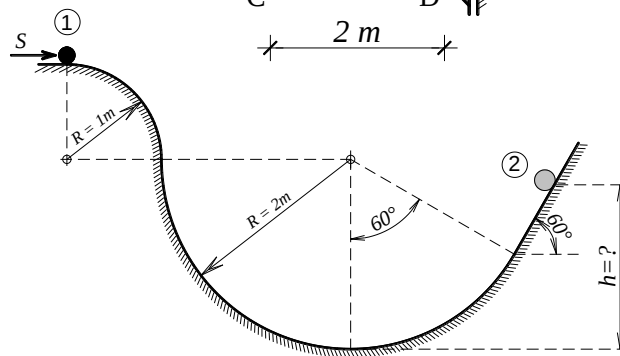
2. Za prikazanu ploču potrebno je grafoanalitičkim postupkom odrediti pol brzina te brzinu i ubrzanje točke B. Zadana je vrijednost brzine točke D i ubrzanje točke A:

$$\vec{v}_D = -2\vec{j} \text{ [m/s]}$$

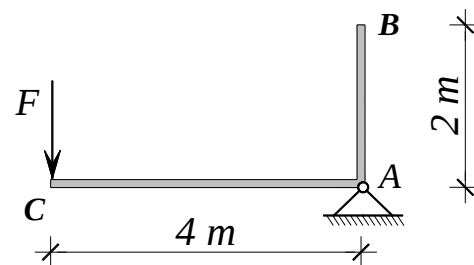
$$\vec{a}_A = \vec{0} \text{ [m/s}^2\text{]}$$



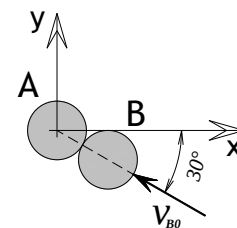
3. Kuglica mase $m = 2$ kg miruje u **položaju 1** u trenutku kada na nju djeluje impuls $S = 6$ Ns i kuglica se počne gibati po apsolutno glatkoj podlozi prema slici. Potrebno je odrediti pritisak na podlogu u najnižoj točki putanje kuglice, te visinu h ako kuglica u **položaju 2** ima brzinu $v_2 = 2$ m/s.



4. Štap prikazanog oblika i jednoliko distribuirane mase $m=2,5$ kg/m' zgloбно je spojen u točki A prema slici. Sustav miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi u trenutku kada na njega u točki C počne djelovati sila $F=30$ N kako je prikazano na slici. Za prikazani položaj i trenutak kada počne djelovati sila F potrebno je odrediti iznos i vektor kutnog ubrzanja štapa, vektor ubrzanja točke B te raktivne sile u zglobu A.



5. Kuglica B udari brzinom $v_{B0}=2$ m/s u kuglicu A koja ima dvostruko veću masu i miruje na glatkoj horizontalnoj podlozi u položaju koji je prikazan na slici. Sraz je idealno elastičan. Treba odrediti iznose i vektore brzina obiju kuglica nakon sraza.



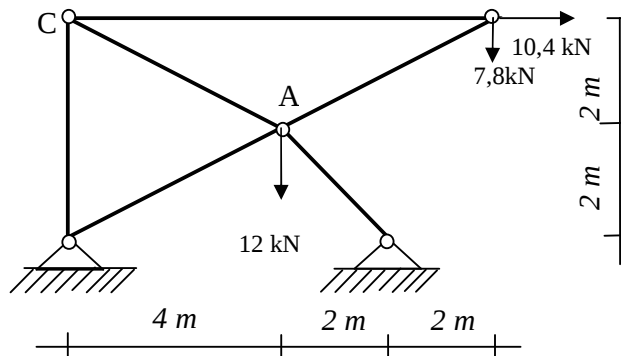
1. Objasniti svojstva i načine određivanja apsolutnih i relativnih polova brzina u kinematici mehanizama. Navesti sve zaključke Kennedyevog teorema i objasniti primjenu (ne traži se izvod). Pokaži na primjeru: Dvije ploče gibaju se u ravnini x,y. U promatranom trenutku poznate su koordinate točke A (0,5m ; 2,5m) i točke B (4,0m; 0,5m) na ploči I, i brzine $\vec{v}_A = 24\vec{i} + 16\vec{j} (m/s)$ i $\vec{v}_B = 8\vec{i} (m/s)$. U istom trenutku ploča II rotira kutnom brzinom $\vec{\omega}_{II} = 4\vec{k} (r/s)$ tako da točka C(10,0m; 1,5m) na ploči II ima brzinu $\vec{v}_C = 16\vec{i} + 12\vec{j} (m/s)$. Treba odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča isključivo koristeći kinematička svojstva polova. Na crtežu treba označiti sve tražene veličine i pokazati da vrijedi Kennedyev teorem.

2. Navesti i objasniti svojstva apsolutnih i relativnih polova brzina te pravila koja vrijede pri određivanju planova pomaka u kinematici mehanizama.

Primjeniti na rješenje zadatka:

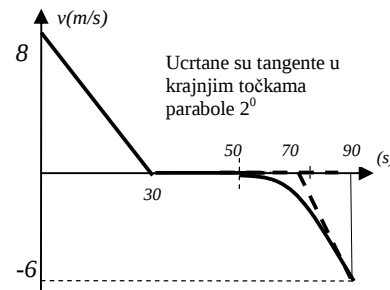
Treba odrediti silu u štapu AC prikazanog rešetkastog sustava

- metodom virtualnog rada
- usporediti sa statičkim rješenjem.



3. Napisati izraze i objasniti geometrijsko značenje diferencijalnih i integralnih zakonitosti koje povezuju brzinu, ubrzanje i prijedeni put kod gibanja čestice po pravcu. Primjeniti i pokazati geometrijsko značenje pri rješavanju slijedećeg zadatka a ne na crtežima iz skripte. Zadan je graf funkcije brzine automobila koja se giba po pravcu. Treba odrediti

- a) sve podatke i u mjerilu nacrtati graf funkcije $a(t)$
- b) sve podatke i u mjerilu nacrtati graf funkcije $s(t)$ (s tangentama nacrtanim u mjerilu)
- c) koliko je kilometara prošao automobil za 90 s

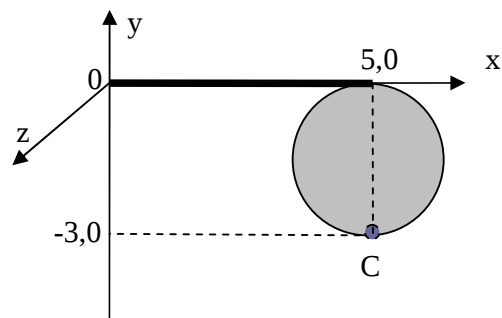


4. Prikazati izvod s objašnjenjem Steinerovog pravila. Odgovor mora sadržati sve korake izvoda, te crtež s oznakama i opisom značenja svih veličina koje se koriste u matematičkom postupku izvoda.

Primjeniti na slijedećem zadatku:

Štap mase $8,4 \text{ kg/m}^1$, ploča mase $\frac{21}{\pi} \text{ kg/m}^2$ i čestica

C mase $42,0 \text{ kg}$ povezani su u prikazano kruto tijelo u ravnini xy. Treba odrediti moment tromosti oko osi z koja je okomita na ravninu x-y u kojoj leži tijelo.



5. Navesti i objasniti jednađbe rotacije oko osi i jednađbe komplanarnog gibanje tijela pod djelovanjem sustava sila u ravnini. Primjeniti na rješenje zadatka: kruto tijelo opisano u zadatku

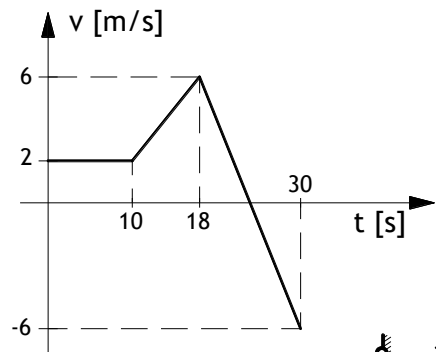
4. vezano je napomičnim zglobovima u točki O. Na česticu C djeluje sila $\vec{P} = 2\vec{i} [kN]$ Treba:

- a) opisati kako se giba tijelo
- b) odrediti kinematičke karakteristike gibanja navedenog tijela
- c) vektor i veličinu ubrzanja čestice u kojoj je hvatište sile

NAPOMENA: Svaki odgovor boduje se sa 20 bodova ako rješenje sadrži objašnjenje teorijskog dijela pitanja i primjenu na zadatku.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_A \vec{\epsilon} = \sum \vec{M}_A$). Na kraju svakog zadatka iskazati tražena rješenja.

1. Točka se giba po pravcu i zadan je dijagram promjene brzine u vremenu. Treba napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose nacrtati dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i njihove nagibe.

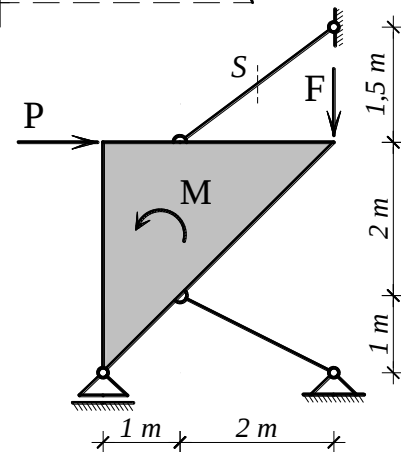


2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti silu u označenom štapu S. Za dobiveni mehanizam treba odrediti polove i nacrtati planove pomaka. Zadano je:

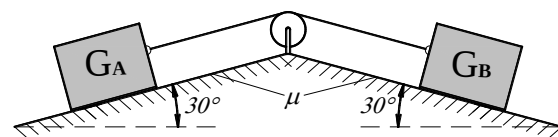
$$F = 2 \text{ kN},$$

$$P = 2 \text{ kN},$$

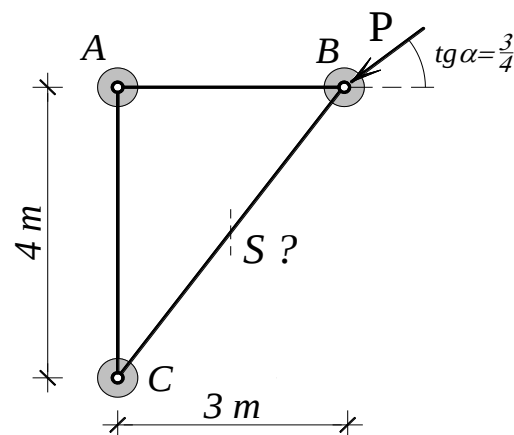
$$M = 12 \text{ kNm}.$$



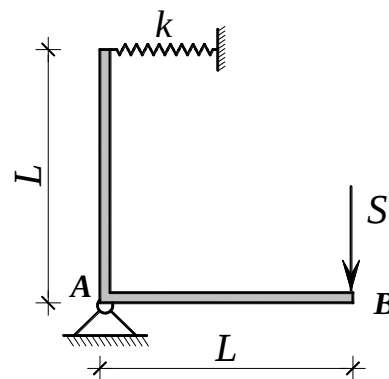
3. Dva tereta težina G_A i G_B nalaze se na hrapavim kosinama ($\alpha = 30^\circ$ i $\mu = 0,15$) i povezana su nerstezljivim užetom koje je prebačeno preko glatke koloture. Sustav je pridržan u prikazanom položaju. Potrebno je odrediti silu u užetu ako se prikazani sustav u jednom trenutku pusti u gibanje. Masa tereta A je dvostruko veća od mase tereta B, a težina tereta B iznosi $G_B = 15 \text{ N}$.



4. Tri čestice masa $m_A = 7 \text{ kg}$, $m_B = 16 \text{ kg}$ i $m_C = 9 \text{ kg}$ povezane su štapovima bez mase kako je prikazano na slici. Sustav miruje u **horizontalnoj ravnini** u trenutku kada na njega počne djelovati sila $P = 24 \text{ N}$ u točki B. Potrebno je odrediti iznos i vektor sile S u označenom štapu u trenutku kada počne djelovati sila P.

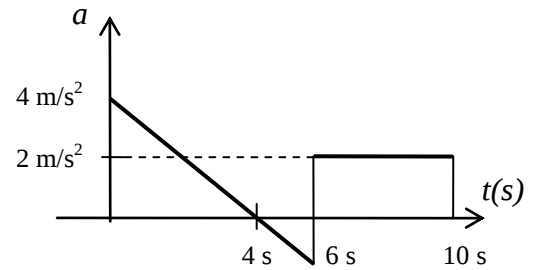


5. Štap prikazanog oblika i jednoliko distribuirane mase od $m_s = 1,5 \text{ kg/m'}$ zglobno je spojen u točki A i miruje u **horizontalnoj ravnini**. U jednom trenutku na točki B djeluje impuls $S = 3 \text{ Ns}$ kako je prikazano na slici. Potrebno je odrediti zakon oscilacija točke B koje će nastati nakon udara impulsa S i maksimalnu deformaciju opruge za vrijeme oscilacija. Zadana je krutost opruge $k = 11 \text{ kN/m}$ i duljina $L = 3 \text{ m}$.



1. Treba napisati koji diferencijalni i integralni odnosi povezuju funkcije $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ kod gibanja po pravcu, te s **nekoliko rečenica objasniti geometrijsko značenje** napisanih odnosa. Ne crtati skice iz skripte nego pokazati razumijevanje i primjenu pri rješavanju zadatka:

Automobil pri brzini od 54km/h počne mijenjati ubrzanje prema prikazanom dijagramu. Treba odrediti vrijednosti i u mjerilu nacrtati funkcije promjene brzine i puta u vremenu, s tangentama ucrtanim u mjerilu.

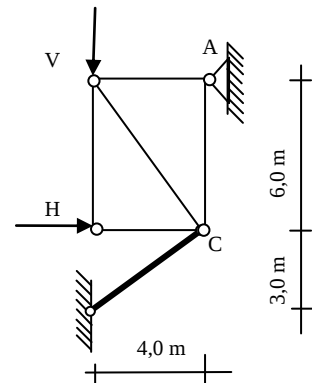


2. Treba navesti i objasniti svojstva apsolutnih i relativnih polova brzina, te pravila koja vrijede pri određivanju polova i planova pomaka u kinematici mehanizama.

Primjeniti na rješenje zadatka:

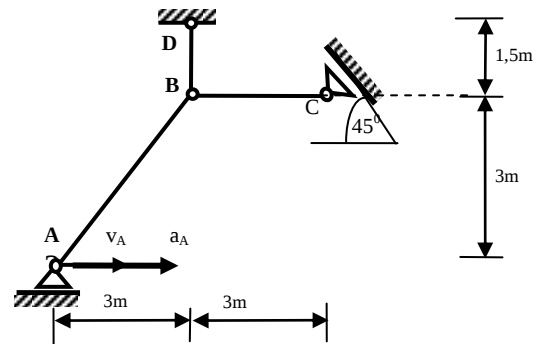
Treba odrediti silu u štapu AC prikazanog rešetkastog sustava opterećenog silom $H=8\text{kN}$ i $V=10\text{kN}$

- metodom virtualnog rada
- usporediti sa statičkim rješenjem.



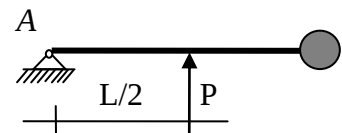
3. Navedi jednačbe kojima definiramo gibanje u kinematici krutog tijela i objasni značenje. Prikaži dokaz ravnopravnosti točaka za izbor pomičnog ishodišta, objasni postupak dokaza i značenja oznaka. Treba isključivo grafoanalitičkim postupkom riješiti zadatak:

Poznata je brzina i ubrzanje točke A mehanizma u prikazanom položaju $v_A=3\text{m/s}$ i $a_A=2\text{m/s}^2$. Treba odrediti veličinu brzine i ubrzanja točaka B i C u istom trenutku.



4. Objasniti D'Alembertov princip te pokazati njegovu primjenu na rješenje zadatka: Štap duljine $L=1,5\text{m}$, mase 9 kg sa kruto spojenom česticom mase $4,5\text{ kg}$ na vrhu, počne rotirati pod djelovanjem sile P okomite na os štapa, oko nepomičnog zgloba A u horizontalnoj ravnini.

Treba primjenom D'Alembertovog principa odrediti veličinu sile i kutno ubrzanje, ako reakcija u zglobo u početnom trenutku iznosi 20 N .



5. Objasniti kako se definira i određuje rad sile uz objašnjenje značenja svake varijable u definiciji. Primjeniti definiciju na rješenje zadatka: odrediti rad koji izvrši sila $\vec{F} = (3\vec{i} + 4\vec{j})\text{N}$ tijekom gibanja po putu koji je zadan parametarskim zakonom $x(t) = 0,5 \cos(2t)$, $y(t) = 3 \sin(2t)$, od trenutka $t_0=0$, do trenutka $t_1=\pi/4$.

NAPOMENA: Svaki odgovor boduje se sa 20 bodova samo ukoliko rješenje sadrži teoriju povezanu sa zadatkom.

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_A \ddot{\epsilon} = \sum \vec{M}_A$). Na kraju svakog zadatka iskazati tražena rješenja.

1. Kuglica je bačena **vertikalno** početnom brzinom od 10 m/s prema gore sa visine od 20 m . Potrebno je odrediti funkcije kinematičkih veličina gibanja kuglice $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ od trenutka kada je kuglica bačena do trenutka kada padne na tlo. Treba napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put te nacrtati njihove dijagrame u mjerilu, ucrtati tangente i njihove nagibe.

2. U **kvadratnu ploču** koja je zgloбно spojena u točki A urezan je **žlijeb duljine 4 m** u kojemu se giba kuglica. Početni položaj ($t=0 \text{ s}$) sustava prikazan je na slici.

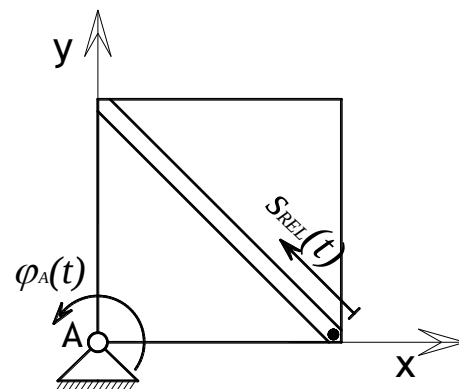
Ploča rotira po zakonu: $\varphi_A(t) = \frac{\pi}{2} t$

Gibanje kuglice u žlijebu dano je zakonom: $s_{REL}(t) = \frac{8}{9} t^2$

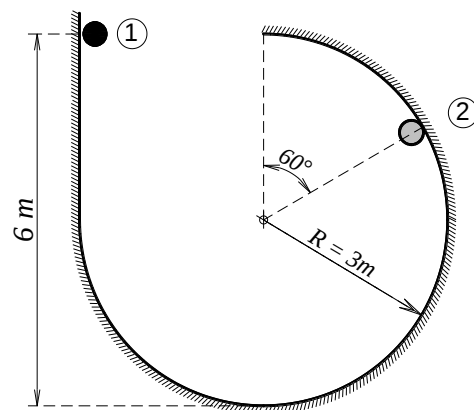
Treba odrediti:

- a) apsolutnu brzinu (iznos i vektor)
- b) apsolutno ubrzanje (iznos i vektor)

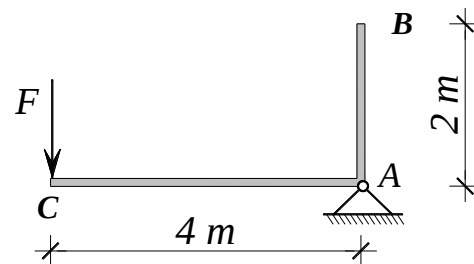
kuglice u trenutku $t = 1,5 \text{ s}$. Prikazati sve vektore na crtežu.



3. Kuglica mase $m=4 \text{ kg}$ počne se gibati iz **položaja 1** bez početne brzine po prikazanoj glatkoj podlozi u **vertikalnoj ravnini**. Potrebno je odrediti brzinu kuglice i pritisak kuglice na podlogu u **položaju 2**.



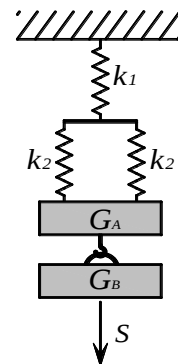
4. Štap prikazanog oblika i jednoliko distribuirane mase $m=2,5 \text{ kg/m'}$ zgloбно je spojen u točki A prema slici. Štap miruje na **horizontalnoj glatkoj podlozi** u trenutku kada na njega u točki C počne djelovati sila $F=15 \text{ N}$ kako je prikazano na slici. Za prikazani položaj i trenutak kada počne djelovati sila F potrebno je odrediti iznos i vektor kutnog ubrzanja štapa, vektor ubrzanja točke B te raktivne sile u zglobu A.



1. Dva tereta težina $G_A=6 \text{ N}$ i $G_B=4 \text{ N}$ **miruju u vertikalnoj ravnini** obješena na sustav opruga prikazanih na slici. Krutosti opruga su $k_1=15 \text{ N/cm}$ i $k_2=12,5 \text{ N/cm}$.

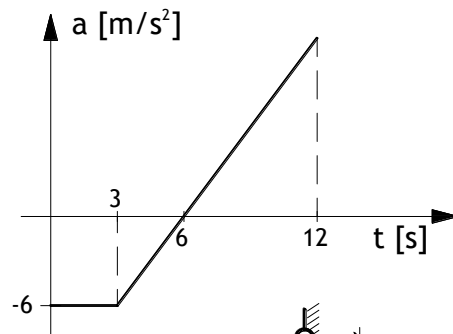
U jednom trenutku djeluje impuls $S = 1,5 \text{ Ns}$, potrebno je odrediti:

- a) period oscilacija mehaničkog sustava,
- b) zakon oscilacija sustava $y(t)$,
- c) maksimalnu deformaciju opruge



NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_A \ddot{\epsilon} = \sum \vec{M}_A$). Na kraju svakog zadatka iskazati tražena rješenja.

1. Točka se giba po pravcu i zadan je dijagram promjene ubrzanja u vremenu. Treba napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose nacrtati dijagrame $v(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i njihove nagibe, ako je poznato da je brzina u $t = 6$ s jednaka nuli.

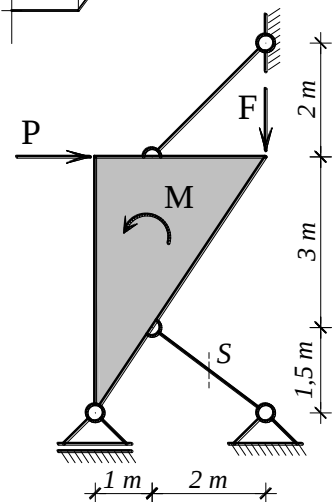


2. Za zadani statički sustav potrebno je metodom virtualnog rada odrediti silu S u označenom štapu. Za dobiveni mehanizam treba odrediti polove i nacrtati planove pomaka. Zadano je:

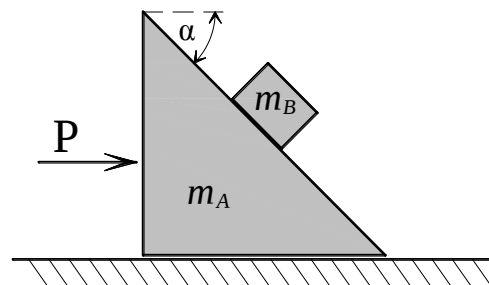
$$F = 2,2 \text{ kN},$$

$$P = 2 \text{ kN},$$

$$M = 14 \text{ kNm}.$$

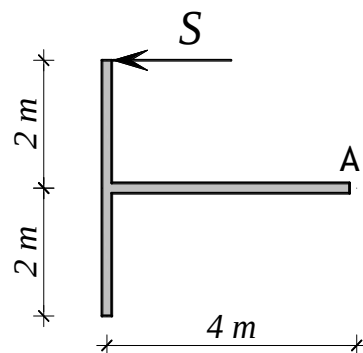


3. Za prikazani sustav potrebno je odrediti veličinu sile P tako da **nema relativnog gibanja** između masa m_A i m_B . Sve su podloge glatke, masa tereta A je $m_A = 4 \text{ kg}$, a tereta B je $m_B = 1 \text{ kg}$ i kut $\alpha = 45^\circ$.



4. Štap prikazanog oblika i jednoliko distribuirane mase od $1,5 \text{ kg/m'}$ miruje na **horizontalnoj glatkoj podlozi**. U jednom trenutku na sustav djeluje impuls $S = 12 \text{ Ns}$ kako je prikazano na slici. Za trenutak neposredno nakon djelovanja impulsa S potrebno je odrediti:

- a) vektor kutne brzine štapa,
- b) vektor brzine i ubrzanja točke A,
- c) kinetičku energiju štapa.



5. Kuglica B udara brzinom $v_{B0} = 3 \text{ m/s}$ u kuglicu A koja ima dvostruko veću masu i giba se brzinom $v_{A0} = 1,5 \text{ m/s}$ po glatkoj **horizontalnoj ravni** xy u položaju koji je prikazan na slici. Sudar je idealno elastičan. Treba odrediti **vektor i iznos** brzine obje kuglice nakon sudara.

