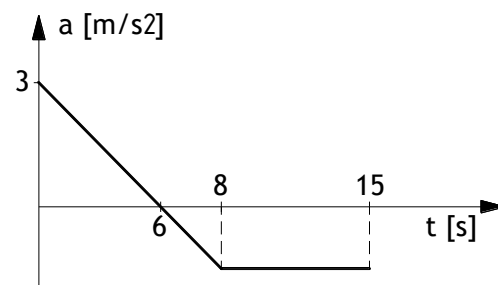


NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene ubrzanja. Potrebno je napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $v(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i njihove nagibe, ako je poznato da je prijeđeni put čestice u $t=6$ s iznosi 48 m.

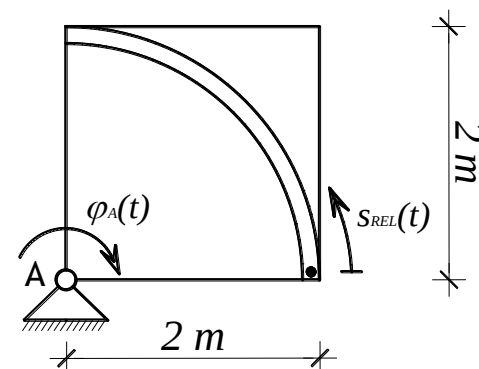


2. Kvadratna ploča zglobojno je spojena u točki A. U ploču je urezan žlijeb u kojemu se giba kuglica. Početni položaj sustava ($t=0$ s) prikazan je na slici.

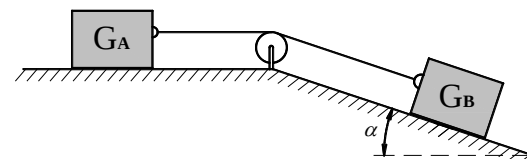
Ploča rotira po zakonu: $\varphi_A(t) = \frac{\pi}{3} t^2$

Gibanje kuglice u žlijebu dano je zakonom: $s_{REL}(t) = \frac{\pi}{3} t$

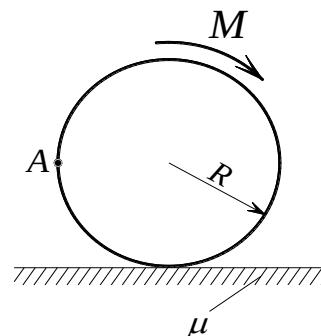
Treba odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje (iznos i vektor) kuglice u trenutku $t = \frac{3}{2}$ s. Sve vektore potrebno je prikazati na crtežu.



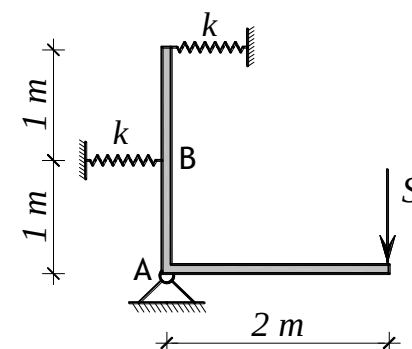
3. Dva tereta težina $G_A=6$ N i $G_B=15$ N povezana su nerastezljivim užetom koje je prebačeno preko koloture. Sustav je pridržan u prikazanom položaju. Potrebno je odrediti silu u užetu ako se prikazani sustav pusti u gibanje. Koeficijent hrapavosti podloge iznosi $\mu=0,2$ i kut $\alpha=25^\circ$.



4. Na disk težine $G=20$ N i radijusa $R=1,5$ m, počne djelovati moment $M=22,5$ Nm. Pod djelovanjem momenta M **disk se kotrlja po prikazanoj podlozi**. Potrebno je odrediti koliko iznosi ubrzanje točke A u trenutku kada počne gibanje (položaj za početni trenutak prikazan je na slici) te odrediti vektor i iznos ukupne inercijalne sile.



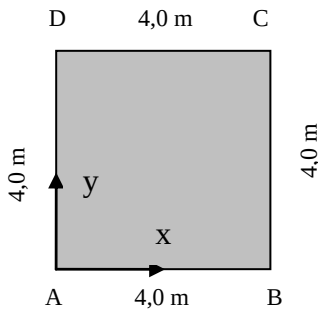
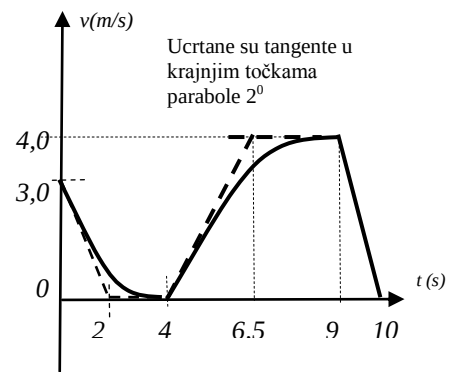
5. Štap prikazanog oblika i jednoliko distribuirane mase od $m_s=1,5$ kg/m' zglobojno je spojen u točki A i miruje u **vertikalnoj ravni**. U jednom trenutku na sustav djeluje impuls $S=5$ Ns kako je prikazano na slici. Potrebno je odrediti zakon oscilacija točke B koje će nastati nakon udara impulsa S. Krutost obje opruge je $k=850$ N/m.



MEHANIKA 2 - Drugi dio ispita (za studente koji su prvi dio ispita položili na kolokvijima)

1. Napisati izraze i **objasniti** geometrijsko značenje diferencijalnih i integralnih zakonitosti koje povezuju brzinu, ubrzanje i prijeđeni put kod gibanja čestice po pravcu. Pokazati i primjeniti geometrijsko značenje pri rješavanju slijedećeg zadatka a ne uz općenite crteže iz skripte. Zadan je graf funkcije brzine čestice koja se giba po pravcu. Treba odrediti

- sve podatke i u mjerilu nacrtati graf funkcije $a(t)$
- sve podatke i u mjerilu nacrtati graf funkcije $s(t)$ (s tangentama kotiranim i ucrtanim u mjerilu)



2. Prikazati izvod te **objasniti** postupak i značenje osnovnog teorema kinematike krutog tijela.

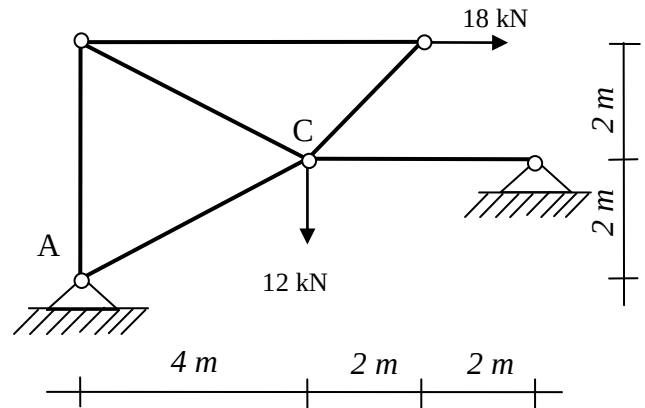
Treba isključivo primjenom tog teorema odrediti brzine svih označenih točaka na prikazanoj ploči, ako je poznata brzina točke C, $\vec{v}_C = (-2\vec{i} - 4\vec{j}) \text{ m/s}$ i x komponenta brzine točke A $\vec{v}_{Ax} = 2\vec{i} \text{ (m/s)}$.

3. Navesti i **objasniti** svojstva apsolutnih i relativnih polova brzina te pravila koja vrijede pri određivanju planova pomaka u kinematici mehanizama.

Primjeniti na rješenje zadatka:

Treba odrediti silu u štapu AC prikazanog rešetkastog sustava

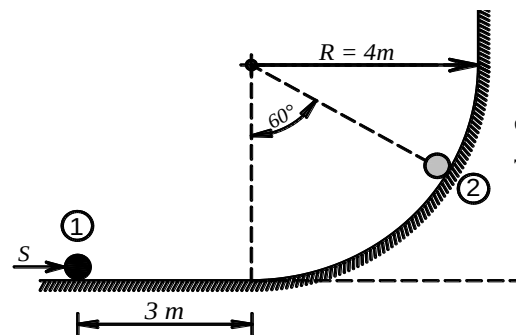
- metodom virtualnog rada
- usporediti sa statičkim rješenjem.



4. Treba **objasniti** pojam kinetičke energije čestice i prikazati izvod zakona promjene kinetičke energije čestice. Primjenom tog zakona riješiti zadatak:

Čestica mase 3 kg miruje na horizontalnoj hrapavoj površini ($\mu=0,15$) prije djelovanja impulsa $S=30 \text{ Ns}$. Zakrivljena podloga je potpuno glatka. Treba odrediti

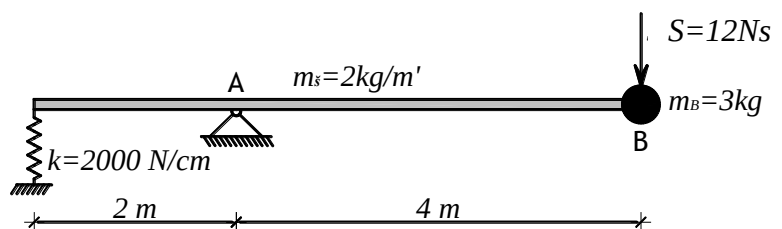
- brzinu čestice u položaju 2
- pritisak čestice na podlogu u položaju 2



5. **Objasniti** zakon očuvanja mehaničke energije i navesti uvjete koje sustav mora zadovoljiti da bi primijenili taj zakon. Riješiti zadatak:

Prikazani sustav u vertikalnoj ravni miruje prije djelovanja impulsa. Treba:

- odrediti funkciju ukupne mehaničke energije tijekom gibanja koje nastaje nakon djelovanja impulsa,
- iz te funkcije treba odrediti diferencijalnu jednačinu kojom je opisano gibanje
- zakon gibanja točke B
- maksimalnu deformaciju opruge

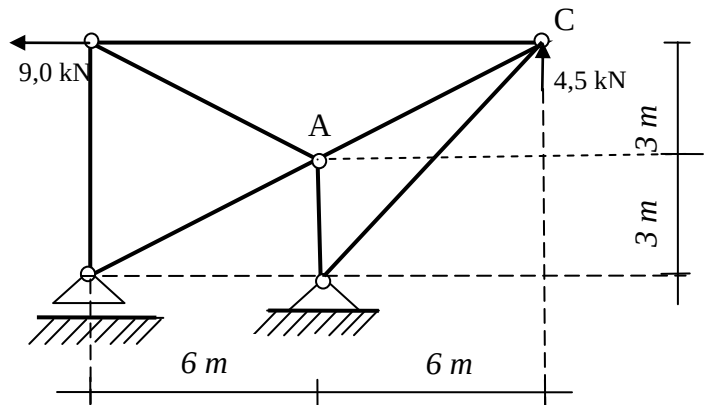


NAPOMENA: Svaki odgovor boduje se sa 20 bodova ako rješenje sadrži crteže, oznake i objašnjenja u oba dijela pitanja, te je pri rješenju zadatka primjenjena pripadna teorija

1. Objasniti svojstva i načine određivanja apsolutnih i relativnih polova brzina u kinematici mehanizama. Navesti sve zaključke Kennedyevog teorema i objasniti primjenu (ne traži se izvod). Pokaži na primjeru: Dvije ploče gibaju se u ravlini x,y. U promatranom trenutku poznate su koordinate točke A (0,5m ; 1,0m) i točke B (2,5m; 3,0m) na ploči I, i brzine $\vec{v}_A = 3,5\vec{i} - 0,5\vec{j} (m/s)$ i $\vec{v}_B = 1,5\vec{j} (m/s)$. U istom trenutku ploča II rotira kutnom brzinom $\vec{\omega}_H = 0,5\vec{k} (r/s)$ tako da točka C (5,5m; 4,0m) na ploči II ima brzinu $\vec{v}_C = 2,0\vec{i} + 0,75\vec{j} (m/s)$. Treba odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča isključivo koristeći kinematička svojstva polova. Zadane podatke, pretpostavljene položaje polova i izračunate koordinate, treba prikazati na crtežu. Pokazati da vrijedi Kennedyev teorem.

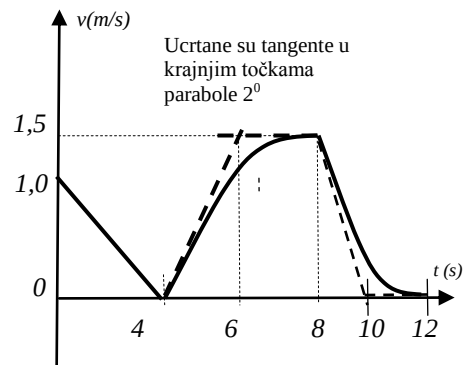
2. Objasniti postupak određivanja unutarnjih sila metodom virtualnog rada. Primjeniti na rješenje zadatka: Treba metodom virtualnog rada odrediti silu u štapu AC prikazanog rešetkastog sustava

- Obrazložiti izbor mehanizma
- Nacrtati planove pomaka
- Provjeriti točnost izračunate sile uz pomoć jednadžbi statike



3. Napisati izraze i objasniti geometrijsko značenje diferencijalnih i integralnih zakonitosti koje povezuju brzinu, ubrzanje i prijeđeni put kod gibanja čestice po pravcu. Pokazati i primjeniti geometrijsko značenje pri rješavanju slijedećeg zadatka a ne uz općenite crteže iz skripte. Zadan je graf funkcije ubrzanja čestice koja se giba po pravcu. Treba odrediti

- a) Sve podatke i u mjerilu nacrtati graf funkcije $a(t)$
- b) sve podatke i u mjerilu nacrtati graf funkcije $s(t)$ (s tangentama kotiranim i ucrtanim u mjerilu)



4. Navesti i objasniti diferencijalne jednadžbe koje opisuju gibanje tijela u ravlini te pokazati primjenu na rješenje zadatka:

Kružni disk mase m i radijusa R , kotrlja se po hrapavoj horizontalnoj podlozi pod djelovanjem momenta $M = 0,75mgR [Nm]$.

Treba odrediti:

- minimalnu veličinu potrebnog koeficijenta trenja
- inercijalnu silu (položaj i vektor)
- pritisak diska na podlogu

5. Treba objasniti pojam kinetičke energije i prikazati izvod zakona promjene kinetičke energije. Primjenom tog zakona riješiti zadatak:

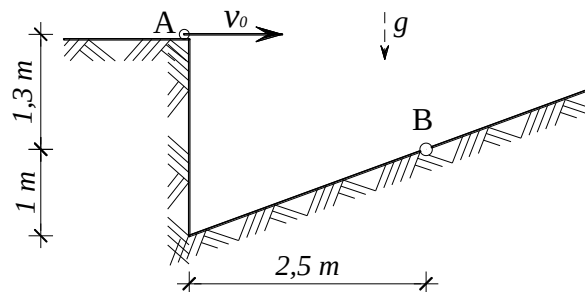
Kružni disk radiusa 30 cm , mase $m = 60\text{ kg}$ zgloбно je spojen na podlogu u središtu i miruje u horizontalnoj glatkoj ravlini. Na disk je namotano uže bez mase. U jednom trenutku počne se kraj užeta vući konstantnom silom $F = 20\text{ N}$. Treba odrediti kutnu brzinu diska i brzinu kraja užeta (hvatišta sile) za trenutak kada se odmoti uže u duljini tri opsega diska.

NAPOMENA: Svaki odgovor boduje se sa 20 bodova ako rješenje sadrži crteže, oznake i objašnjenja u oba dijela pitanja, te je pri rješenju zadatka primjenjena pripadna teorija

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Kuglica izleti iz položaja A brzinom v_0 kako je prikazano na slici. Potrebno je odrediti koliko mora iznositi brzina v_0 tako da kuglica padne u položaj B te koliko je vremena potrebno da kuglica iz položaja A dođe u položaj B.

(10 bodova)



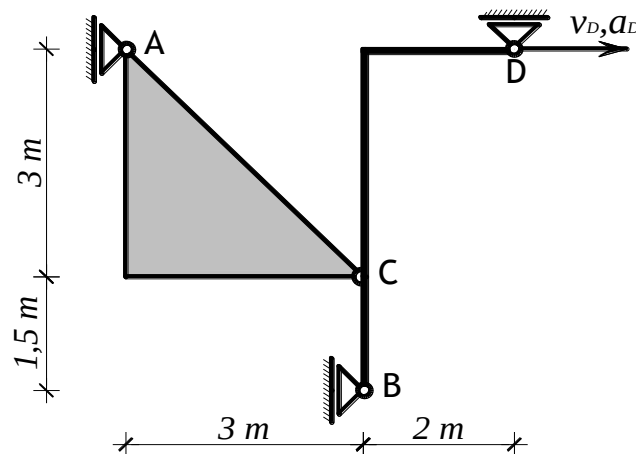
2. Prikazani mehanizam giba se u ravnini XY. U položaju prikazanom na slici poznata je brzina i ubrzanje točke D:

$$v_D = 4,5 \text{ m/s},$$

$$a_D = 4 \text{ m/s}^2,$$

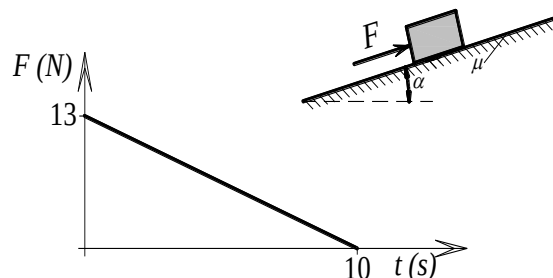
Potrebno je napisati vektorske jednadžbe koje povezuju brzine i ubrzanja označenih točaka i riješiti ih grafičkim postupkom. Odrediti vektore i iznose brzina i ubrzanja svih označenih točaka, te kutne brzine i ubrzanja tijela.

(30 bodova)



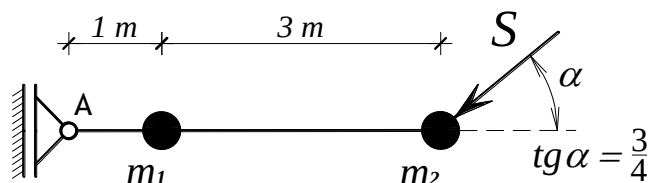
3. Materijalna čestica mase $m=1,5 \text{ kg}$ miruje na hrapavoj kosini ($\mu=0,2$ i $\alpha=10^\circ$), kad na nju počne djelovati sila F koja se u vremenu mijenja prema zadanom dijagramu. Treba odrediti dijagrame $R(t)$, $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ sa ucrtanim tangentama u vremenskom intervalu djelovanja sile.

(25 bodova)



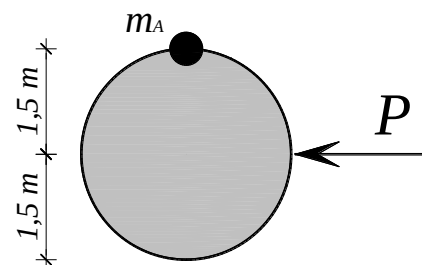
4. Na štap bez mase spojene su dvije čestice masa $m_1=4 \text{ kg}$ i $m_2=2 \text{ kg}$. Štap je spojen zglobnim kliznim ležajem u točki A kako je prikazano na slici. Sustav miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na sustav djeluje impuls $S=10 \text{ Ns}$ kako je prikazano na slici. Za trenutak neposredno nakon djelovanja impulsa S potrebno je odrediti vektor brzine točke A, reaktivni impuls u ležaju i kinetičku energiju sustava.

(20 bodova)

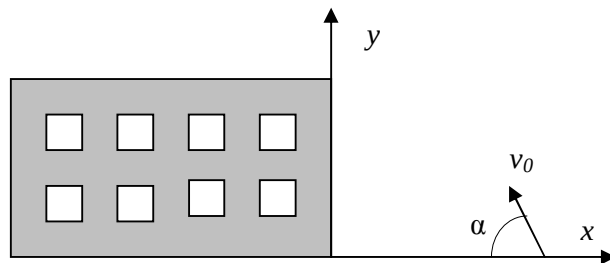


5. Na kružni disk mase $m_d=6 \text{ kg}$ kruto je spojena čestica A mase $m_A=3 \text{ kg}$. Sustav miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na sustav počne djelovati sila $P=9 \text{ N}$ kako je prikazano na slici. Potrebno je odrediti vektor ubrzanja čestice A i veličinu inercijalne sile za trenutak kad počne gibanje.

(15 bodova)



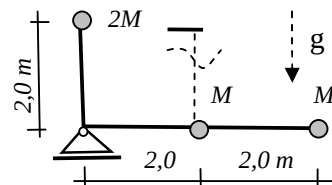
1. Vatrogasci su udaljeni 15m od zgrade visoke $10,5\text{m}$, i gase požar na krovu. Šmrk za gašenje usmjeren pod kutem $\alpha=80^\circ$. Treba odrediti koordinate točke u koju će dospjeti voda, ako zanemarimo sve otpore gibanju. Zadatak riješiti pomoću jednadžbi za kosi hitac u zadanom koordinatnom sustavu. Prikazati izvod iz početnih pretpostavki. Početna brzina $v_0=20\text{m/s}$.



2. Objasniti prirodni način zadavanja gibanja čestice, i pokazati kako se u tom slučaju određuje brzina i ubrzanje čestice. Primijeniti na rješenje zadatka: Čestica se giba po kružnici polumjera $R=2(\text{m})$, s centrom u ishodištu ravnine x - y . U trenutku t_0 čestica je na osi x . Promjena položaja čestice na kružnici zadana je zakonom $s(t)=\frac{\pi \cdot t^2}{2}(\text{m})$ u smjeru obratno kazaljke na satu. Treba odrediti skalarne funkcije promjene brzine i ubrzanja u vremenu. Odrediti položaj, brzinu i ubrzanje (iznose i vektore) čestice u trenutku $t_1=2(\text{s})$ od početka gibanja.

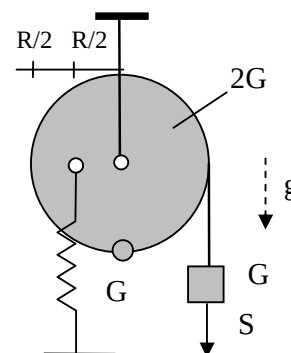
3. Objasniti svojstva i načine određivanja apsolutnih i relativnih polova brzina u kinematici mehanizama. Navesti sve zaključke Kennedyevog teorema i objasniti primjenu (ne traži se izvod). Pokaži na primjeru: Dvije ploče gibaju se u ravnini x , y . U promatranom trenutku poznate su koordinate točke A ($1,0\text{m}; 1,0\text{m}$) i točke B ($4,0\text{m}; 3,0\text{m}$) na ploči I, i brzine $\vec{v}_A = -1,8\vec{i} - 0,5\vec{j}(\text{m/s})$ i $\vec{v}_{Bx} = -2,8\vec{i}(\text{m/s})$. U istom trenutku ploča II rotira kutnom brzinom $\vec{\omega}_{II} = -0,5\vec{k}(\text{r/s})$ tako da točka C ($6,5\text{m}; 5,0\text{m}$) na ploči II ima brzinu $\vec{v}_C = 2,6\vec{i} - 1,5\vec{j}(\text{m/s})$. Treba odrediti koordinate apsolutnih polova i koordinate relativnog pola brzina promatranih ploča isključivo koristeći kinematička svojstva polova. Zadane podatke, pretpostavljene položaje polova i izračunate koordinate, treba prikazati na crtežu. Pokazati da vrijedi Kennedyev teorem.

4. Opisati kako se definira gibanje sustava čestica pod djelovanjem sila, navesti jednadžbe i značenje svih veličina u tim jednadžbama. Primijeniti navedeno na rješenje zadatka: Tri čestice vezane za štap bez mase miruju u vertikalnoj ravnini. $M=3,0\text{ kg}$. U jednom trenutku nit kojom je sustav pridržan presječena je, i sustav se počne gibati. Treba odrediti:



- Ubrzanje klizača u trenutku kad počne gibanje
- Reakciju u trenutku kad počne gibanje

5. Opisati pojam mehaničke energije i uvjete pri kojima vrijedi zakon očuvanja mehaničke energije. Riješiti zadatak: Prikazani sustav miruje u vertikalnoj ravnini pridržan tako da je opruga krutosti $k=200\text{ N/cm}$ nenapregnuta. U jednom trenutku djeluje impuls $S=18\text{ Ns}$, te se u istom trenutku uklanja pridržanje, i sustav se počne gibati. Težina diska je 200 N , a polumjer $R=2\text{ m}$. Treba



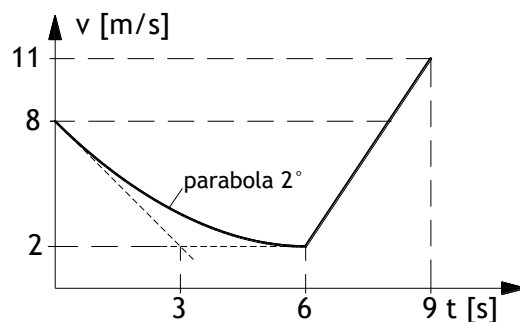
- primjenom zakona o očuvanju energije odrediti diferencijalnu jednadžbu koja definira zakon gibanja čestice B
- odrediti zakon gibanja (rješenje diferencijalne jednadžbe)
- odrediti max. iznos elastične sile za vrijeme nastalog gibanja

NAPOMENA: Svaki odgovor boduje se sa 20 bodova ako rješenje sadrži crteže, oznake i objašnjenja u oba dijela pitanja, te je pri rješenju zadatka primjenjena pripadna teorija

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene brzine. Potrebno je napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i njihove nagibe.

(18 bodova)



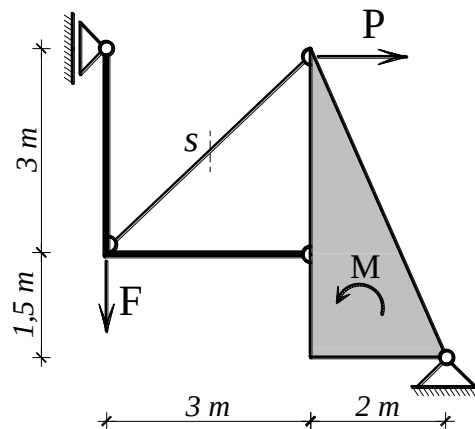
2. Za zadani statički sustav potrebno je odrediti polove i nacrtati planove pomaka te metodom virtualnog rada odrediti silu S u označenom štapu. Na crtežu označiti veličine svih potrebnih pomaka.

$$F = 10 \text{ kN}$$

$$P = 6 \text{ kN}$$

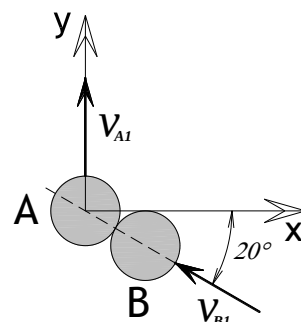
$$M = 3 \text{ kNm}$$

(22 boda)



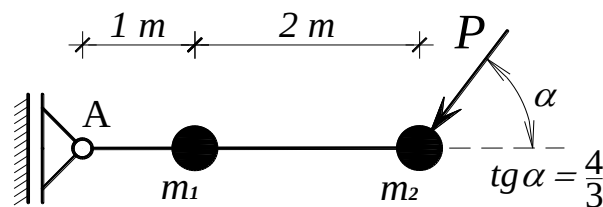
3. Kuglica B udari brzinom $v_{B1} = 5 \text{ m/s}$ u kuglicu A koja se giba brzinom $v_{A1} = 2 \text{ m/s}$ po glatkoj horizontalnoj ravnini xy . Koeficijent restitucije je $e = 0,8$. Masa kuglice A iznosi $m_A = 3 \text{ kg}$ a masa kuglice B $m_B = 4 \text{ kg}$. Treba odrediti iznos brzina objiju kuglica nakon sudara.

(20 bodova)



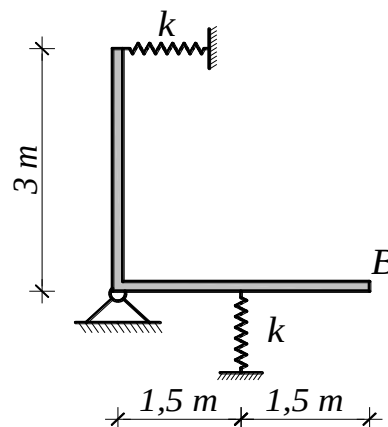
4. Na štap bez mase spojene su dvije čestice masa $m_1 = 6 \text{ kg}$ i $m_2 = 2 \text{ kg}$. Štap je spojen zglobnim kliznim ležajem u točki A kako je prikazano na slici. Sustav miruje na **horizontalnoj glatkoj podlozi**. U jednom trenutku na sustav počne djelovati sila $P = 5 \text{ N}$ kako je prikazano na slici. Potrebno je odrediti vektor ubrzanja točke A, reaktivnu silu u ležaju i veličinu inercijalne sile za trenutak kada počne gibanje.

(22 boda)



5. Prikazani sustav pridržan je u vertikalnoj ravnini tako da su opruge nedeformirane. Potrebno je odrediti zakon oscilacija točke B ako se sustav u jednom trenutku pusti u gibanje te maksimalnu brzinu točke B za vrijeme oscilacija. Krutost opruga iznosi $k = 300 \text{ N/m}$, a jedinična masa štapa je 4 kg/m' .

(18 bodova)

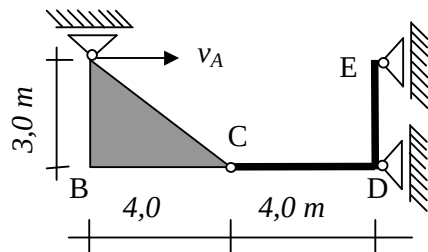


1. Treba napisati koji diferencijalni i integralni odnosu povezuju funkcije $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ kod gibanja po pravcu, te s **nekoliko rečenica objasniti** njihovo **geometrijsko značenje**. Primijeniti navedeno na rješavanje zadatka:

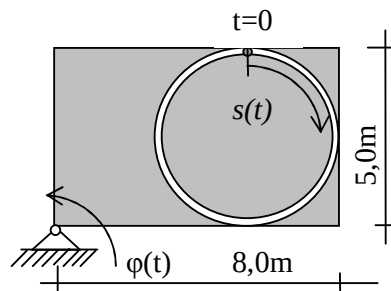
Automobil se giba po pravcu brzinom od 90 km/h . Brzina automobila je konstantna od točke A do točke B. U točki B vozač počne kočiti, tako da automobil linearno usporava od nule u točki B, do maksimalne vrijednosti u trenutku zaustavljanja u točki C. Traži se udaljenost između točaka A i B, vrijeme putovanja od A do B i veličina maksimalnog usporenja, ako je put od točke A do C, $s_{AC}=400\text{m}$ prijeđen za 19s .

Treba skicirati grafove funkcija $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$, označiti zadane i tražene veličine i pri rješavanju zadatka koristiti diferencijalne i integralne odnose, zatim nacrtati u mjerilu funkcije $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$, sa ucrtanim tangentama.

2. Objasniti pretpostavke, izvod i značenje teorema o ravnomjernosti izbora pokretnog ishodišta. Primjenom tog teorema i grafičkog postupka treba odrediti vektor kutne brzine ploče i vektore i iznose brzina i ubrzanja u točkama B, C, D i E u zadanom mehanizmu, ako je brzina točke A $v_A=2,4 \text{ m/s}=\text{const.}$

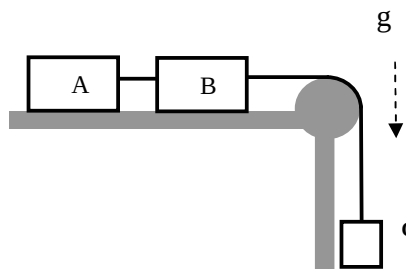


3. Treba pokazati i objasniti kako se definira položaj, brzina i ubrzanje čestice u polarnom koordinatnom sustavu. Riješiti zadatak: Ploča rotira oko normale na svoju ravninu po zakonu $\varphi_A(t)=0,25 \pi t^2$. U ploču je urezan žljeb u kojem se giba kuglica po zakonu $s(t)=1,25 \pi t$. Gibanje počinje iz prikazanog položaja. Treba odrediti brzinu i ubrzanje kuglice za trenutak $t_1=2\text{s}$ (vektore i iznose).



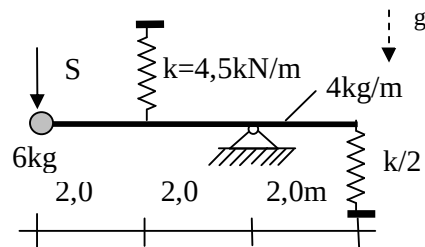
4. Treba napisati i objasniti prvi, drugi i treći Newtonov zakon. Primijeniti odgovarajući zakon na rješenje zadatka: Uteg C težine $G_C=15\text{N}$ vezan je užetom duljine 2m za blok B i A težine $G_B=G_A=10\text{N}$, koji je postavljen na horizontalnu hrapavu podlogu ($\mu=0,2$). Uže je prebačeno preko glatke koloture čije dimenzije i masu možemo zanemariti. Treba odrediti

- Sile u užetu A-B i B-C za vrijeme gibanja
- Potencijalnu energiju prikazanog sustava u odnosu na ravninu podloge u trenutku kad blok B dođe do ruba podloge



5. Treba dokazati da je gibanje linearnog oscilatora u vertikalnoj i u horizontalnoj ravnini opisano istom diferencijalnom jednačbom (crtež, pretpostavke i izvod). Na crtežu treba označiti sve veličine. Riješiti zadatak: Prikazani mehanički sustav miruje u vertikalnoj ravnini. U jednom trenutku na česticu djeluje impuls $S=12\text{Ns}$. Treba odrediti

- zakon oscilacija čestice
- maksimalnu kinetičku energiju sustava

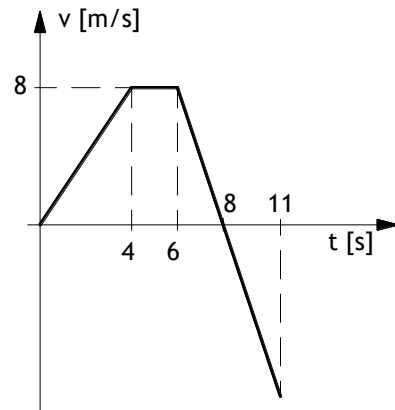


NAPOMENA: Svaki odgovor boduje se sa 20 bodova ako rješenje sadrži crteže, oznake i objašnjenja u oba dijela pitanja, te je pri rješavanju zadatka primjenjena pripadna teorija

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene brzine. Potrebno je **napisati diferencijalne i integralne odnose** koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti. (**Treba napisati izračun svih traženih veličina, a ne samo konačne vrijednosti upisane na dijagramu!**)

(20 bodova)



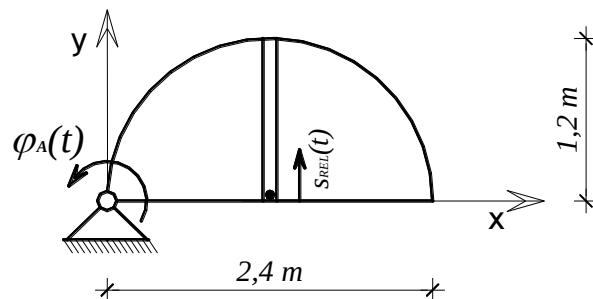
2. Polukružna ploča zglibno je spojena u točki A. U ploču je urezan žlijeb u kojemu se giba kuglica. Početni položaj sustava ($t=0$ s) prikazan je na slici.

Ploča rotira po zakonu: $\varphi_A(t) = \frac{\pi}{6} t^2$

Gibanje kuglice u žlijebu dano je zakonom: $s_{REL}(t) = \frac{3}{10} t$

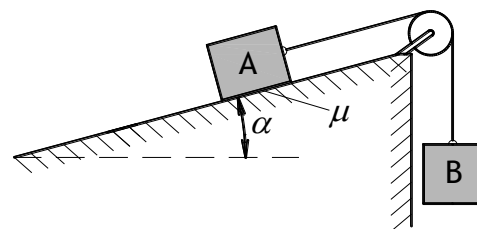
Treba odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje (iznos i vektor) kuglice u trenutku $t=3$ s. Sve vektore potrebno je prikazati na crtežu.

(25 boda)



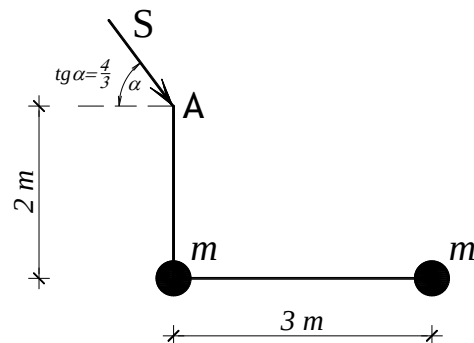
3. Dva tereta A i B povezana su nerastezljivim užetom koje je prebačeno preko glatke koloture. Teret A ima masu $m_A = 10$ kg i nalazi se na hrapavoj kosini ($\mu=0,10$ i $\alpha = 30^\circ$), a teret B ima masu $m_B=8$ kg i obješen je na užu koje ga povezuje s teretom A. Potrebno je odrediti silu u užetu i ubrzanje oba tereta ako se prikazani sustav pusti u gibanje.

(13 bodova)



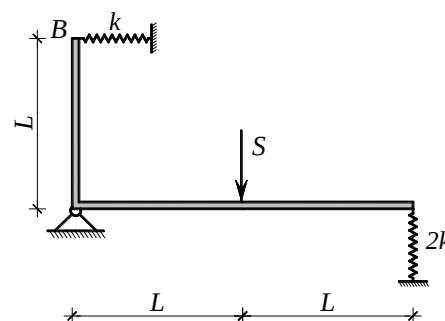
4. Na **kruti štap bez mase** spojene su dvije čestice mase $m=2$ kg. Sustav miruje na **horizontalnoj glatkoj podlozi**. U jednom trenutku na sustav djeluje impuls $S=18$ Ns u točki A kako je prikazano na slici. Za trenutak neposredno nakon djelovanja impulsa S potrebno je odrediti vektor i iznos brzine točke A i kinetičku energiju sustava.

(16 bodova)



5. Štap prikazanog oblika spojen je dvjema oprugama i miruje u vertikalnoj ravnini. Krutost $k=2,5$ kN/m, duljina $L=1,5$ m i jedinična masa štapa je 4 kg/m'. Odredi zakon oscilacija točke B i maksimalno produljenje opruge spojene u točki B ako u jednom trenutku na sustav djeluje impuls $S=15$ Ns.

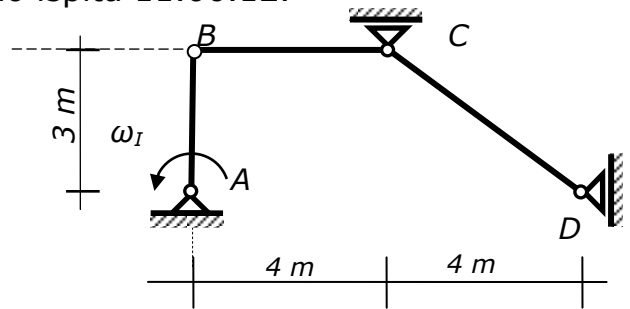
(18 bodova)



MEHANIKA II – Drugi dio ispita 11.06.12.

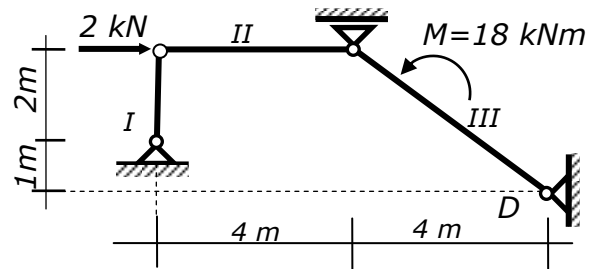
1. Objasniti pretpostavke, izvod i značenje teorema o ravnopravnosti izbora pokretnog ishodišta. Primjenom tog teorema uz **grafičko** rješenje vektorskih jednažbi treba odrediti:
- vektore i iznose brzina i ubrzanja u zadanim točkama i kutna ubrzanja svih štapova u prikazanom mehanizmu, ako je kutna brzina štapa AB $\omega_1 = 1 \text{ rad/s} = \text{const.}$

(20 bodova)



2. Objasniti kako se općenito definira rad sile, a kako rad konstantne sile za vrijeme nekog konačnog pomaka koji **nije u smjeru sile**. Bez dokaza navesti **pretpostavke i teoreme** koji vrijede pri određivanju nepoznatih statičkih veličina metodom virtualnog rada. Za zadani statički sustav treba odrediti **vertikalnu** komponentu reakcije u zglobu D metodom virtualnog rada. Istu veličinu odrediti i iz jednažbi ravnoteže te usporediti rezultate.

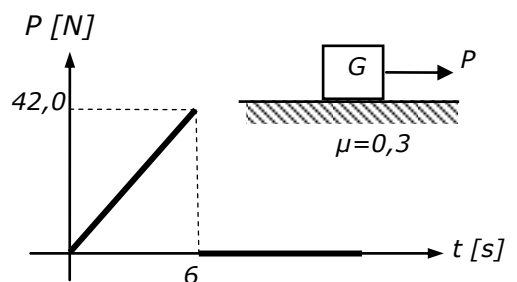
(19 bodova)



3. Navesti Newtonove aksiome, te objasniti koji se primjenjuju i kako, pri rješavanju slijedećeg zadatka: Na česticu težine $G = 70 \text{ N}$ koja miruje na hrapavoj horizontalnoj podlozi počne djelovati sila koja se mijenja u vremenu prema prikazanom dijagramu. Treba

- odrediti i nacrtati dijagrame $a(t)$ i $v(t)$ za vrijeme gibanja čestice (do zaustavljanja)
- odrediti maksimalnu brzinu materijalne čestice
- odrediti vrijeme koje će proći od početka djelovanja sile do zaustavljanja čestice.

(20 bodova)

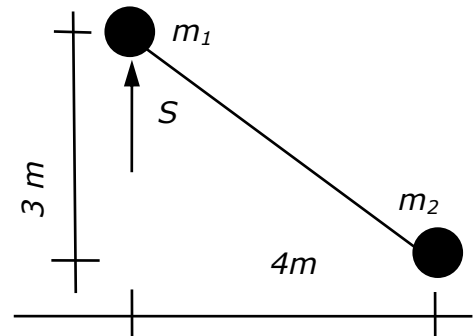


4. Objasni iz kojeg se zakona i kako izvodi zakon impulsa za sustav čestica.

Riješiti zadatak: Dvije kuglice zanemarivih dimenzija mase $m_1 = 2 \text{ kg}$ te $m_2 = 3 \text{ kg}$ kruto su spojene na krajeve štapa duljine $L = 5 \text{ m}$ bez mase. Štap s kuglicama miruje na horizontalnoj glatkoj podlozi. U jednom trenutku na česticu m_1 djeluje impuls $S = 12 \text{ Ns}$. Treba odrediti:

- iznos brzine svake kuglice nakon djelovanja impulsa
- ukupnu kinetičku energiju nakon djelovanja impulsa

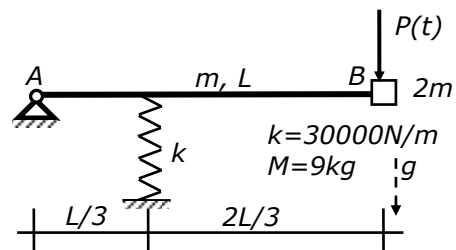
(21 bodova)



5. Prikazati izvod zakona prisilnih oscilacija sustava s jednim stupnjem slobode, za vrijeme pobude konstantnom silom P_0 . Za prikazan mehanički sustav koji miruje u ravnotežnom položaju zadano je $m = 9 \text{ kg}$, $k = 30000 \text{ N/m}$. Treba odrediti:

- period slobodnih oscilacija sustava
- zakona oscilacija točke B od djelovanja trenutne sile $P(t) = 1350 \text{ N} = \text{const.}$

(20 bodova)



SVA RJEŠENJA MORAJU SADRŽATI **CRTEŽE S** POTREBNIM **OZNAKAMA** KOJE SE KORISTE PRI POSTAVLJANJU ZADATAKA! PRIJE NUMERIČKOG RJEŠAVANJA POTREBNO JE NAVESTI OPĆI STAVAK (npr $E_{kin} + E_{pot} = \text{const.}$) I NAPISATI GA POMOĆU OPĆIH OZNAKA NAVEDENIH NA CRTEŽU.

NA KRAJU SVAKOG ZADATKA ISKAZATI RJEŠENJA TRAŽENA POD a), b), c) ...

NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **navesti općeniti zakon** koji se koristi (npr. $I_A \vec{\epsilon} = \sum \vec{M}_A$). Na kraju svakog zadatka iskazati tražena rješenja.

1. Položaj čestice određen je vektorskom funkcijom:

$$\vec{r}(t) = -2 \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) \vec{i} + \left[2 + 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)\right] \vec{j}$$

Treba odrediti:

- trajektoriju i nacrtati graf,
- položaj točke za trenutke $t = 0$ s i $t = 2$ s,
- veličinu i vektor brzine za trenutak $t = 2$ s (nacrtati vektor na trajektoriju),
- veličinu i vektor normalne i tangencijalne komponente ubrzanja za trenutak $t = 2$ s (nacrtati vektore na trajektoriji),
- ukupni prijeđeni put čestice po trajektoriji od trenutka $t = 0$ s do $t = 2$ s. (20 bodova)

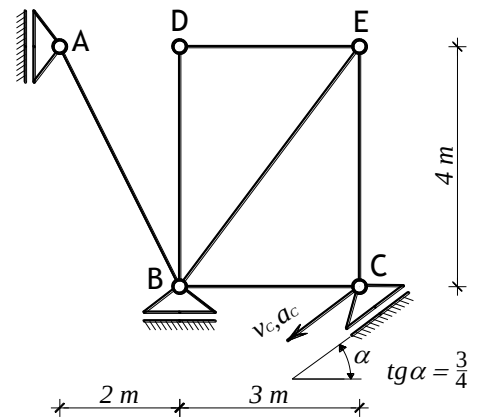
2. Prikazani mehanizam giba se u ravni XY. U položaju prikazanom na slici poznat je iznos brzine i ubrzanja točke C:

$$v_C = 10 \text{ m/s}$$

$$a_C = 7,5 \text{ m/s}^2$$

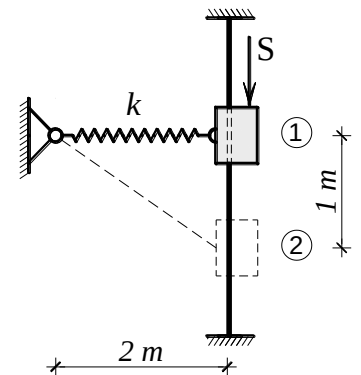
Potrebno je napisati vektorske jednadžbe koje povezuju brzine i ubrzanja označenih točaka i riješiti ih **grafičkim postupkom**. Odrediti vektore i iznose brzina i ubrzanja svih točaka, kutne brzine i kutna ubrzanja sustava.

(30 bodova)



3. Prsten mase $m=2 \text{ kg}$ miruje pridržan u **položaju 1**. Na prsten je vezana opruga koja ima krutost $k=300 \text{ N/m}$ i nedeformiranu duljinu $L_0=1,8 \text{ m}$. U jednom trenutku na prsten djeluje impuls S kako je prikazano na slici i u istom trenutku uklanja se pridržanje prstena. Prsten će početi klizati po prikazanom štapu u **vertikalnoj ravni** bez trenja i otpora zraka. Potrebno je odrediti iznos impulsa S ako je u **položaju 2** brzina prstena $v_2=0 \text{ m/s}$ te iznos pritiska prstena na štap u **položaju 2**.

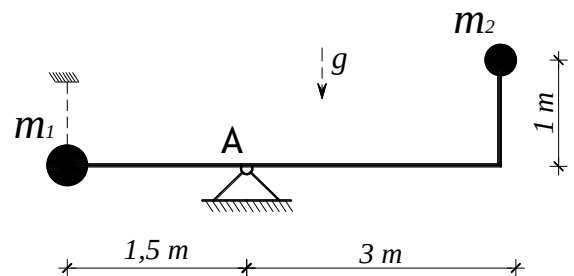
(14 bodova)



4. Dvije čestice mase $m_1 = 6 \text{ kg}$ i $m_2 = 2 \text{ kg}$, spojene su štapom prikazanog oblika koji je bez mase. Štap je zglobovno spojen u točki A i sustav je pridržan u prikazanom položaju. Nakon uklanjanja pridržanja na masi m_1 doći će do gibanja u **vertikalnoj ravni**. Za **trenutak u kojem počinje gibanje** treba odrediti:

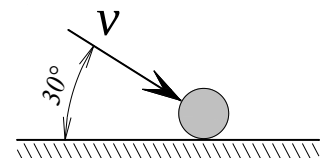
- vektore i iznose ubrzanja čestica m_1 i m_2
- vektor reakcije u zglobu A

(20 bodova)

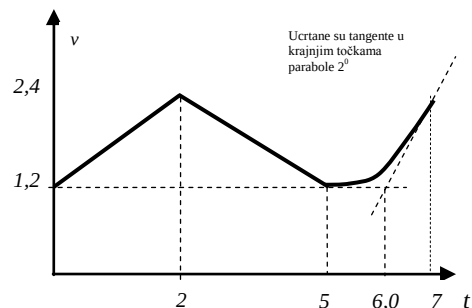


5. Odredi do koje maksimalne visine će se odbiti kuglica mase $1,5 \text{ kg}$ nakon što udari u horizontalnu glatku nepomičnu podlogu brzinom $v=6 \text{ m/s}$. Koeficijent restitucije je $e=0,5$.

(16 bodova)



1. Napisati opće izraze diferencijalnih i integralnih odnosa između ubrzanja, brzine i prijeđenog puta čestice koja se giba po pravcu te objasniti geometrijsko značenje svakog napisanog izraza. Ne crtati crteže iz skripte nego pokazati pri određivanju veličina i grafova funkcija $a(t)$ i $s(t)$ iz zadane funkcije $v(t)$. Nacrtati sve funkcije u mjerilu, upisati vrijednosti i **objasniti** kako je određena svaka karakteristična veličina na crtežu uključivo i kako su određene i nacrtane tangente.

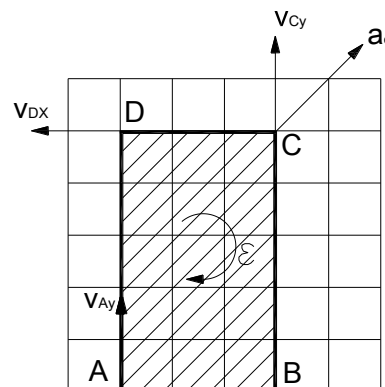


2. Prikazati izvod i objasniti značenje osnovnog teorema kinematike krutog tijela. Riješiti zadatak:
Kruta ploča ABCD giba se u ravnini XY. U prikazanom položaju zadano je:

$$\begin{aligned} v_{Ay} &= 1 [m/s] & v_{Cy} &= 5,5 [m/s] \\ v_{Dx} &= 3 [m/s] & \vec{a}_C &= 3\vec{i} + 3\vec{j} \\ \vec{a}_C &= 3\vec{i} + 3\vec{j} & \varepsilon_{ploce} &= 1 [r/s^2] \end{aligned}$$

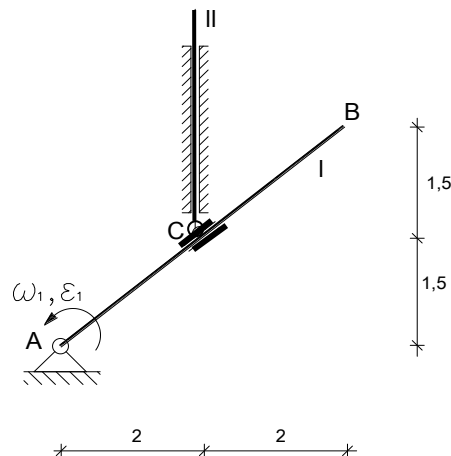
Treba odrediti:

- kutnu brzinu ploče
- iznos brzine točke C
- iznos ubrzanja točke B



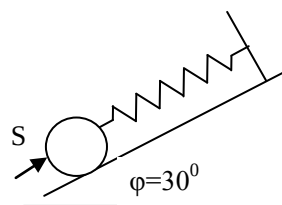
3. Objasniti kako se određuje brzina i ubrzanje čestice koja vrši složeno gibanje. Riješiti zadatak:
Treba odrediti ubrzanje klizača u točki C na štapu II mehanizma ako je u prikazanom položaju poznato

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 1r/s \\ \varepsilon_1 &= 2r/s^2 \end{aligned}$$



4. Treba objasniti kako se određuje rad utrošen na deformaciju idealno elastičnog tijela (prikazati izvod).
Primjeniti na rješenje zadatka:

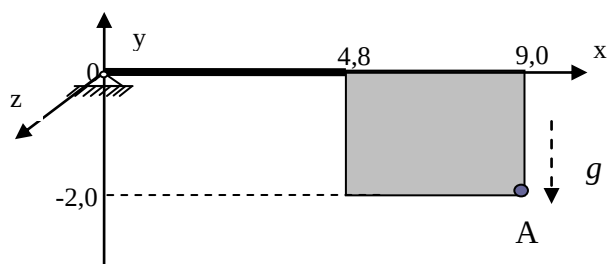
Kuglica težine $20N$ vezana za oprugu krutosti $k=40N/cm$ miruje na glatkoj kosini nagiba $\varphi=30^\circ$. Nedeformirana duljina opruge iznosi $L_0=1,0m$. Treba odrediti koliki je najveći pomak kuglice od početnog ravnotežnog položaja nakon djelovanja impulsa $S=10Ns$.
Treba problem postaviti s općim oznakama označenim na crtežu a zatim zatim uvrstiti numeričke vrijednosti.



5. Objasniti i prikazati izvod Steinerovog pravila uz crtež sa svim oznakama koje se koriste u izvodu. Navesti značenja svih veličina koje se koriste u matematičkoj formulaciji.

Riješiti zadatak:

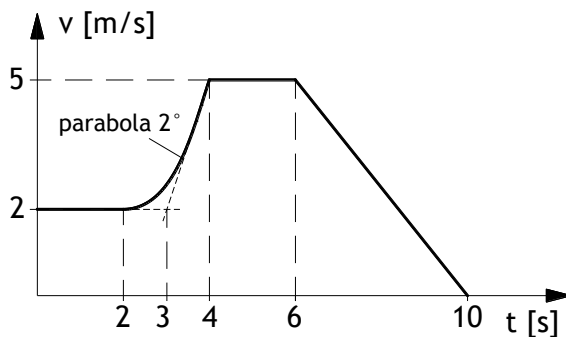
Štap mase $3 kg/m^1$, ploča mase $1,5 kg/m^2$ i čestica mase $6,0 kg$ povezani su u kruto tijelo koje je pridržano u prikazanom položaju.
Treba odrediti ubrzanje čestice A u trenutku kada se ukloni zamišljeno pridržanje.



NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Čestica se giba po pravcu. Zadan je dijagram promjene brzine. Potrebno je **napisati diferencijalne i integralne odnose** koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put, te koristeći te odnose odrediti dijagrame $a(t)$ i $s(t)$ u mjerilu, ucrtati tangente i nagibe tangenti. **(Treba napisati izračun svih traženih veličina, a ne samo konačne vrijednosti upisane na dijagramu!)**

(23 boda)

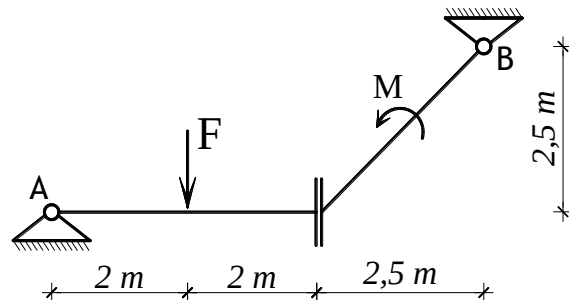


2. Za zadani statički sustav potrebno je odrediti horizontalnu komponentu reakcije u zglobu A metodom virtualnog rada. Na planu pomaka označiti veličine svih potrebnih pomaka.

$$F = 5 \text{ kN}$$

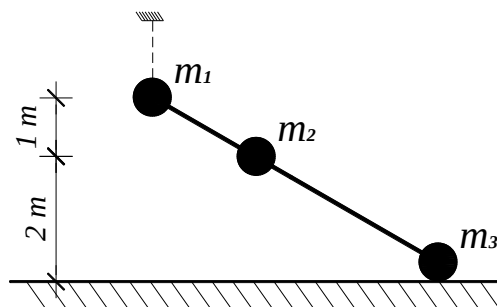
$$M = 8 \text{ kNm}$$

(16 bodova)



3. Kuglice zanemarivih dimenzija $m_1 = 6 \text{ kg}$; $m_2 = 3 \text{ kg}$ i $m_3 = 7 \text{ kg}$ kruto su spojene na štap duljine $L = 5 \text{ m}$ koji je bez mase. Štap miruje pridržan u prikazanom položaju. Nakon što se ukloni pridržanje na masi m_1 počinje gibanje u **vertikalnoj ravni**. Treba odrediti brzinu kuglice m_1 u trenutku neposredno prije udara u horizontalnu podlogu te horizontalni pomak kuglice m_3 . Podloga na koju štap sa kuglicama pada je **apsolutno glatka**.

(18 bodova)



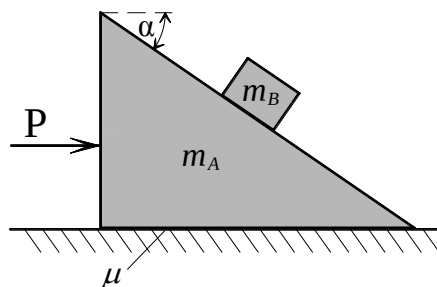
4. Za prikazani sustav potrebno je odrediti veličinu sile P tako da nema relativnog gibanja između masa m_A i m_B . Podloga na kojoj se nalazi teret A ima koeficijent hrapavosti $\mu = 0,2$ a podloga između tereta A i B je **apsolutno glatka**. Zadano je:

$$m_A = 4 \text{ kg}$$

$$m_B = 1 \text{ kg}$$

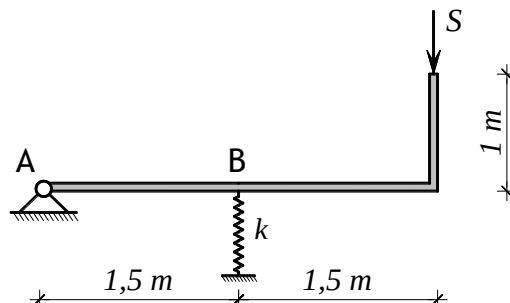
$$\alpha = 30^\circ$$

(20 bodova)



5. Štap prikazanog oblika spojen s oprugom u točki B te miruje u vertikalnoj ravni. Krutost opruge je $k = 2,5 \text{ kN/m}$, a jedinična masa štapa iznosi 4 kg/m' . Odredi period i zakon oscilacija točke B ako u jednom trenutku na sustav djeluje impuls $S = 15 \text{ Ns}$.

(23 boda)



NAPOMENA: Zadatak mora biti riješen uredno i pregledno. Rješenja moraju sadržavati crteže s potrebnim **oznakama i kotama**. Prije numeričkog računa **napisati općeniti izraz** koji se koristi. Za sve orijentirane veličine potrebno je prikazati **iznos i vektor**.

1. Čestica se giba po pravcu, njen položaj određen je funkcijom $s(t) = -3t^2 + 12t - 6$ [m]. Treba napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju ubrzanje, brzinu i prijeđeni put te koristeći te odnose nacrtati dijagrame funkcija puta, brzine i ubrzanja čestice za vremenski interval od $t=0$ [s] do $t=3$ [s]. Odredi ukupni put koji je čestica prošla u tom vremenu te konačnu udaljenost čestice u odnosu na početni položaj.

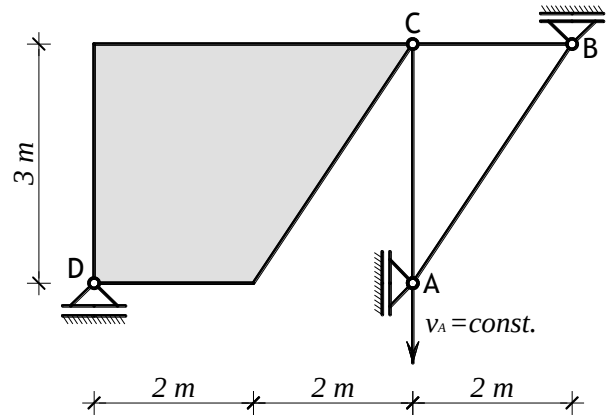
(18 bodova)

2. Prikazani mehanizam giba se u ravnini XY. U položaju prikazanom na slici poznata je brzina točke A:

$$v_A = 4 \text{ m/s} = \text{const}$$

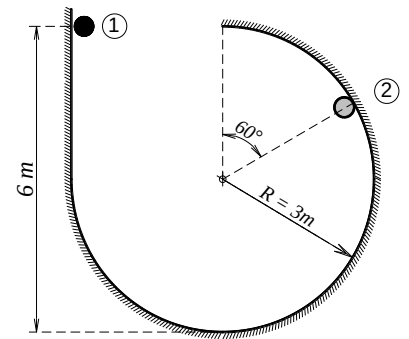
Grafičkim postupkom odredi vektore i iznose brzina i ubrzanja za točke B i D, te kutne brzine i ubrzanja tijela.

(26 bodova)



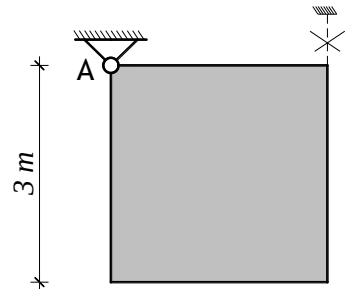
3. Kuglica mase $m=4 \text{ kg}$ počne se gibati iz **položaja 1** s početnom brzinom $v_1=4\text{m/s}$ po prikazanoj glatkoj podlozi u **vertikalnoj ravnini**. Potrebno je odrediti brzinu kuglice i pritisak kuglice na podlogu u **položaju 2**.

(13 bodova)



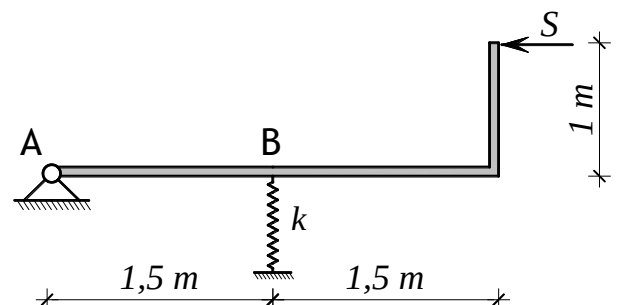
4. **Kvadratna ploča** jednoliko distribuirane mase 2 kg/m^2 zglobo je spojena u točki A i miruje pridržana u prikazanom položaju. Nakon uklanjanja pridržanja doći će do gibanja u **vertikalnoj ravnini**. Za trenutak u kojem počinje gibanje potrebno je odrediti kutnu brzinu i ubrzanje ploče te vektor i iznos reaktivne sile u zglobo A.

(21 bodova)



5. Štap prikazanog oblika spojen s oprugom u točki B i miruje u vertikalnoj ravnini. Krutost opruge je $k=2,5\text{kN/m}$, a jedinična masa štapa iznosi 3 kg/m' . Odredi period i zakon oscilacija točke B ako u jednom trenutku na sustav djeluje impuls $S=22 \text{ Ns}$ kako je prikazano na slici.

(22 bodova)



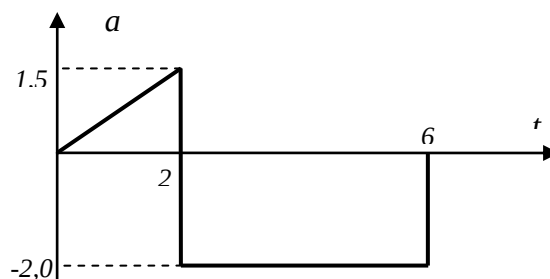
1. Treba napisati diferencijalne i integralne odnose koji povezuju funkcije $a(t)$, $v(t)$ i $s(t)$ kod gibanja čestice po pravcu, te s **nekoliko rečenica objasniti** njihovo **geometrijsko značenje**.

Riješiti zadatak:

Čestica za vrijeme gibanja po osi x mijenja ubrzanje prema prikazanom grafu. U početnom trenutku nalazi se u ishodištu, a u trenutku $t=16s$ položaj čestice određen je koordinatom $x=16m$. Treba odrediti brzinu čestice u početnom trenutku, te u mjerilu nacrtati dijagrame funkcija $v(t)$ i $s(t)$ sa ucrtanim tangentama za vrijeme

$0 < t < 16s$.

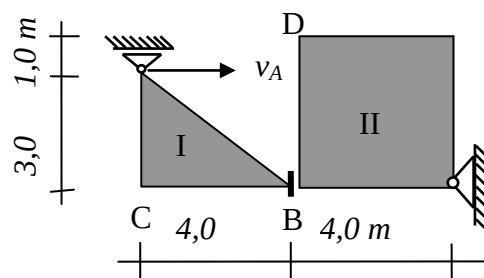
(22 boda)



2. Navesti koji teorem i koje pretpostavke i pravila koristimo pri određivanju plana projekcija pomaka i brzina u kinematici mehanizama. Opisati kinematički uvjet gibanja ploča I i II u spoju B te primjenom plana projekcija brzina odrediti vektore i iznose kutnih brzina ploča te brzina u točkama B, C i D ako je zadana brzina točke A

$v_A = 2,4 \text{ m/s} = \text{const.}$

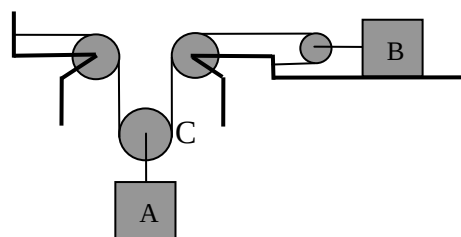
(20 bodova)



3. Objasniti razliku između nezavisnog i zavisnog relativnog gibanja čestica, te navesti barem jedan primjer za svako gibanje. Riješiti zadatak:

Odrediti u kojem se smjeru i kojom brzinom giba čestica A ako se čestica B giba brzinom $v_B = 4 \text{ m/s}$ u desno. Odrediti i brzinu točke C na koloturi. Koloture su zanemarive mase.

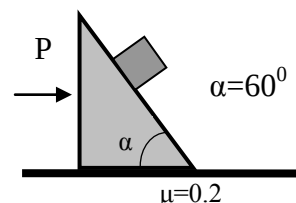
(15 bodova)



4. Napisati i objasniti prvi, drugi i treći Newtonov zakon. Primjeniti odgovarajući zakon na rješenje zadatka:

Čestica mase $m = 0,5M$ giba se zajedno sa klinom mase M pod djelovanjem sile P . Ploha između čestice i klina glatka je, a između klina i podloge hrapava. Treba odrediti koji je iznos sile P , ako za vrijeme gibanja čestica ne klizi po kosini klina.

(20 bodova)



5. Treba navesti i objasniti pretpostavke koje se uvode, te koje zakone dinamike se koristi pri rješavanju problema sraza čestica. Riješiti zadatak:

Čestica A i B sudare se na horizontalnoj glatkoj podlozi kako je prikazano na slici. Treba odrediti iznos brzine svake čestice nakon sraza i ukupnu kinetičku energiju sustava nakon sraza. Navesti zakon koristi pri rješavanju u općem obliku.

$m_A = 2,0 \text{ kg}$ $m_B = 5,0 \text{ kg}$

(23 boda)

