

## MATEMATIKA II

19.11.2005.

1. a) Ispitajte ekstreme funkcije  $f(x, y) = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$ . (6 bodova)  
b) Napišite jednađbu tangencijalne ravnine na plovu  $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$  u točki  $T(1, 2, \cdot)$ . (2 boda)
2. Izračunajte  $\iint_D \frac{y^2}{x^2} \sqrt{4 - x^2 - y^2} dx dy$ , ako je  $D$  područje u ravnini omeđeno kružnicama  $x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 4$  i pravcima  $y = \sqrt{3}x, y = 0$ , u prvom kvadrantu.
3. Izračunajte  $\int_{\Gamma} z^2 dx + \arctg x dy + dz$ , ako je  $\Gamma$  dio presječnice ploha  $y = 1 - x^2$  i  $y = z$  od točke  $A(0, 1, 1)$  do točke  $B(1, 0, 0)$ .
4. Izračunajte tok vektorskog polja  $\vec{a} = z^3 \vec{i} + y^3 \vec{j} + x^3 \vec{k}$  kroz sferu  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ .
5. Riješite diferencijalnu jednađbu  $y'' + 9y = \cos 3x + xe^{3x}$ .

RJEŠENJA: 1.a) Točka  $T(4, 4)$  je točka u kojoj funkcija ima lokalni maksimum.

b)  $\pi \dots 3y - z + 3 = 0$ .

2.  $3 - \frac{\sqrt{3}\pi}{3}$ .

3.  $\frac{8}{15} - \frac{\pi}{2}$ .

4.  $\frac{4R^5\pi}{5}$ .

5.  $y = c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x + \frac{1}{6} x \sin 3x + \left( \frac{1}{18} x - \frac{1}{54} \right) e^{3x}$ .