

PRIMIJEJENA MATEMATIKA 2011/2012
KOLOKVIJ - KOMPLEKSNA ANALIZA

1. Izračunajte integrale

(a) $\int_{|z|=5} \frac{\cos z}{z^2 - \pi^2} dz$

(b) $\int_{|z-1|=1} \frac{5}{(1+z)(z-1)^2} dz$

2. Odredite bilinearno preslikavanje (Mobiusovu transformaciju) koja preslika i , $-i$, 1 u 0 , 1 , ∞ , respektivno.

Odredite u što to preslikavanje preslika krug $\{|z| < 1\}$?

3. Odredite harmonijsku funkciju $\Phi(x, y)$ u prvom kvadrantu $D = \{x > 0, y > 0\}$ koja poprima vrijednosti na rubovima $\Phi(x, 0) = -1$, $\Phi(0, y) = 2$.

Uputa:

Dirichletov rubni problem u z -ravnini za područje $D = \{x > 0, y > 0\}$ prebacite u rubni problem u w -ravnini za područje $D' = \{v > 0\}$ tj. gornju poluravninu. Koristite Poissonovu formulu za gornju poluravninu.

1. korak: Odredite konformno preslikavanje $w = f(z)$ koje prvi kvadrant preslika u gornju poluravninu;

2. korak: Za to preslikavanje $w = f(z)$ odredite sliku polupravca $x = 0, y > 0$, i sliku polupravca $y = 0, x > 0$.

3. korak: Pomoću Poissonove formule riješite rubni problem za gornju poluravninu tj. odredite harmonijsku funkciju $\Phi^(u, v)$ uz rubni uvjet*

$$\Phi^*(u, 0) = 2 \text{ za } u < 0$$

$$\Phi^*(u, 0) = -1 \text{ za } u > 0.$$

4. korak Pomoću rješenja iz 3. koraka iskažite rješenje rubnog problema u z -zavnini na području D .

4. Opišite tok fluida ako je zadan kompleksni potencijal $\Omega(z) = V_0 \left(z + \frac{1}{z^2} \right)$.
Odredite

(a) kompleksnu brzinu $V(z)$ i isnos brzine $V = |V(z)|$

(b) Odredite funkciju potencijala brzine i ekvipotencijalne linije;

(c) Odredite funkciju toka i strujnice;

(d) Odredite točke u kojima je brzina jednaka nuli.