PRIMIJENJENA **MATEMATIKA 2012/13. 2. kolokvij**

1. (4 boda) Odredite partikularno rješenje $y_p(t)$ diferencijalne jednadžbe ravnoteže oscilacija žice
$y'' + cy' + y = r(t),\ c > 0$
gdje je
$r(t) = \frac{t}{12}(\pi^2 - t^2)$ ako je $-\pi < t < \pi$ i $f(t + 2\pi) = f(t)$. Odredite amplitude prva tri člana za y_p.
Uputa:
Odredite Fourierov red funkcije $r(t)$. Za svaki pojedini član u razvoju riješite novu nehomogenu običnu diferencijalnu jednadžbu s konstantnim koeficijentima- partikularno rješenje pretpostavite i odredite koeficijente.

2. (5 bodova) (a) Odredite Fourierov kosinusni integral funkcije

$$f(x) = e^{-ax},\ a > 0.$$

(b) Koristeći rezultat pod (a) pokažite da vrijedi

$$\int_0^\infty \frac{cos\omega x}{a^2 + \omega^2}\, d\omega = \frac{\pi}{2a} e^{-ax}$$

za $x > 0$, $a > 0$.

(c) Odredite Fourierovu kosinusnu transformaciju funkcije

$$f(x) = e^{-ax},\ a > 0.$$

3. (3 boda) Odredite Fourierovu sinusnu transformaciju funkcije
$f(x) = \left\{ \begin{array}{cc} x^2, & 0 < t < 1; \\ 0, & x > 1 \end{array} \right\}$

4. (4 boda) Odredite rješenje jednadžbe

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + x\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = 0$$

uz uvjet $u(x, 0) = 0 \quad u(0, t) = f(t), t \geq 0$.

Uputa: Koristite Fourierovu transformaciju funkcije $u(x, t)$ u odnosu na varijablu t tj.

$$\mathcal{F}\{u(x, t)\} = \widehat{u}(x, w).$$

Odredite rješenje ODJ za $\widehat{u}(x, w)$ po varijabli x. Odredite inverznu Fourierovu transformaciju $u(x, t)$.

5. (4 boda) Neka je zadani signal $f(t) = 5 + 2\cos(2\pi t - \pi/2) + 3\cos 4\pi t$.

Ako uzmemo uzorak 4 puta u sekundi od $t = 0$ do $t = 3/4$ odredite diskretnu Fourierovu transformaciju od uzorka koji ste dobili. Skicirajte amplitude komponenti.