[1]

15 TESTIRANJE HIPOTEZA za varijancu normalne razdiobe

TEOREM 15.1 *(a) Ako je se testira:*
nulhipoteza $H_0(\sigma^2 = \sigma_0^2)$ *i alternativna* $H_1(\sigma^2 \neq \sigma_0^2)$
pomoću dvostranog testa, izabiremo test statistiku $T = \frac{n-1}{\sigma^2}\widehat{S}^2$ *koja ima hikvadrat distribuciju s* $(n-1)$ *stupnjeva slobode* $T \sim \chi^2(n-1)$.

Za dvostrani test, za test statistiku T *kritične točke* t_{kr1}, t_{kr2}, *određujemo iz uvjeta*

$P(T < t_{kr1}) = \frac{\alpha}{2}$

$P(T > t_{kr2}) = \frac{\alpha}{2}$.

$t_{kr1} = z_{\frac{\alpha}{2}}$, $t_{kr2} = z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ *su kvantili za funkciju distribucije* $\chi^2(n-1)$.

Područje prihvaćanja za nulhipotezu $H_0(\sigma^2 = \sigma_0^2 p)$ *za nivo značajnosti* α *je* (t_{kr1}, t_{kr2}).

Ako je vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \frac{(n-1)}{\sigma_0^2}\widehat{s}^2 \in (t_{kr1}, t_{kr2})$ *prihvaćamo nulhipotezu* $H_0(\sigma^2 = \sigma_0^2)$.

(b) Ako je se testira:
nulhipoteza $H_0(\sigma^2 = \sigma_0^2)$ *i alternativna* $H_1(\sigma^2 < \sigma_0^2)$
pomoću jednostranog testa, izabiremo test statistiku $T = \frac{n-1}{\sigma_0^2}\widehat{s}^2$ *koja ima hikvadrat distribuciju s* $(n-1)$ *stupnjeva slobode* $T \sim \chi^2(n-1)$.

Za jednostrani test, kritičnu točku t_{kr} *određujemo iz uvjeta*

$P(T < t_{kr}) = \alpha$

$t_{kr} = z_\alpha$, *je kvantil za funkciju distribucije* $\chi^2(n-1)$.

Kritično područje za nulhipotezu $H_0(\sigma^2 = \sigma_0^2)$ *za nivo značajnosti* α *je* $(-\infty, t_{kr})$.

Ako je vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \frac{(n-1)}{\sigma_0^2}\widehat{s}^2 \in (-\infty, t_{kr})$ *odbacujemo nulhipotezu i prihvaćamo alternativnu hipotezu* $H_1(\sigma^2 < \sigma_0^2)$.

(c) Ako je se testira:
nulhipoteza $H_0(\sigma^2 = \sigma_0^2)$ *i alternativna* $H_1(\sigma^2 > \sigma_0^2)$

[1] VIS -V:ČULJAK-(radni materijal 2006.)

pomoću jednostranog testa, izabiremo test statistiku $T = \frac{n-1}{\sigma_0^2}\widehat{s}^2$ *koja ima hikvadrat distribuciju s* $(n-1)$ *stupnjeva slobode* $T \sim \chi^2(n-1)$.

Za jednostrani test, kritičnu točku t_{kr} *određujemo iz uvjeta*

$P(T > t_{kr}) = \alpha$

$t_{kr} = z_{1-\alpha}$, *je kvantil za funkciju distribucije* $\chi^2(n-1)$.

Kritično područje za nulhipotezu $H_0(\sigma^2 = \sigma_0^2)$ *za nivo značajnosti* α *je* (t_{kr}, ∞).

Ako je vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,

$t = \frac{(n-1)}{\sigma_0^2}\widehat{s}^2 \in (t_{kr}, \infty)$ *odbacujemo nulhipotezu i prihvaćamo alternativnu hipotezu* $H_1(\sigma^2 > \sigma_0^2)$.

NAPOMENA 15.1 *Kvantili za hikvadrat distribuciju za* $n = 4, \chi^2(4), F(z_\alpha) = \alpha$:

α	0.05	0.01
z_α	0.71	0.29
$z_{1-\alpha}$	9.48	11.27

α	0.05	0.01
$\frac{\alpha}{2}$	0.025	0.005
$z_{\frac{\alpha}{2}}$	0.48	0.21
$z_{1-\frac{\alpha}{2}}$	11.14	14.86

PRIMJER 15.1 *Neka slučajna varijabla ima normalnu distribuciju* $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. *U uzorku veličine* $n = 5$ *vrijednost korigirane uzoračke varijance je* $\widehat{s}^2 = 0.64$ *Za nivo značajnosti* $\alpha = 0.05$ *testirati*

(a) nulhipotezu $H_0(\sigma^2 = 0.8)$ *i alternativnu hipotezu* $H_1(\sigma^2 \neq 0.8)$.

(b) nulhipotezu $H_0(\sigma^2 = 0.8)$ *i alternativnu hipotezu* $H_1(\sigma^2 < 0.8)$

Rješenje :

(a) Ako je se testira:

nulhipoteza $H_0(\sigma^2 = \sigma_0^2)$ i alternativna $H_1(\sigma^2 \neq \sigma_0^2)$

pomoću dvostranog testa, izabiremo test statistiku $T = \frac{n-1}{\sigma^2}\widehat{S}^2$ koja ima hikvadrat distribuciju s $(n-1)$ stupnjeva slobode $T \sim \chi^2(n-1)$.

Za dvostrani test, za test statistiku T kritične točke t_{kr1}, t_{kr2}, određujemo iz uvjeta

$P(T < t_{kr1}) = \frac{\alpha}{2}$

$P(T > t_{kr2}) = \frac{\alpha}{2}$.

$t_{kr1} = z_{\frac{\alpha}{2}}$, $t_{kr2} = z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ su kvantili za funkciju distribucije $\chi^2(n-1)$.

Za $\alpha = 0.05$, $n-1 = 4$

$t_{kr1} = z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.025}, t_{kr1} = 0.48$

$t_{kr2} = z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{0.995}, t_{kr2} = 11.14$

Područje prihvaćanja za nulhipotezu $H_0(\sigma^2 = 0.8)$ za nivo značajnosti $\alpha = 0.05$ je $(t_{kr1}, t_{kr2}) = (0.48, 11.14)$.

Vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,

$t = \frac{(n-1)}{\sigma_0^2}\widehat{s}^2 = \frac{4}{0.64}0.64 = 4 \in (0.48, 11.14)$ i prihvaćamo nulhipotezu $H_0(\sigma^2 = 0.8)$.

(b) Ako je se testira:
nulhipoteza $H_0(\sigma^2 = \sigma_0^2)$ i alternativna $H_1(\sigma^2 < \sigma_0^2)$
pomoću jednostranog testa, izabiremo test statistiku $T = \frac{n-1}{\sigma_0^2}\widehat{s}^2$ koja ima hikvadrat distribuciju s $(n-1)$ stupnjeva slobode $T \sim \chi^2(n-1)$.

Za jednostrani test, kritičnu točku t_{kr} određujemo iz uvjeta

$P(T < t_{kr}) = \alpha$

$t_{kr} = z_\alpha$, je kvantil za funkciju distribucije $\chi^2(n-1)$.

Za $\alpha = 0.05$, $n - 1 = 4$

$t_{kr} = z_\alpha = z_{0.05}, t_{kr} = 0.71$

Kritično područje za nulhipotezu $H_0(\sigma^2 = 0.64)$ za nivo značajnosti $\alpha =$
0.05

je $(-\infty, t_{kr}) = (-\infty, 0.71)$..

Vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,

$t = \frac{(n-1)}{\sigma_0^2}\widehat{s}^2 = \frac{4}{0.64}0.64 \notin (-\infty, t_{kr})$ pa ne odbacujemo nulhipotezu nego ju prihvaćamo $H_0(\sigma^2 = 0.64)$.