Sadržaj

Poglavlje 15

TESTIRANJE HIPOTEZA

Teorija testiranja statističkih hipoteza sastoji se u određivanju kriterija na osnovu kojeg pomoću eksperimentalnih vrijednosti slučajne varijable možemo odlučiti prihvaćamo li ili odbacujemo hipotezu. Parametarske hipoteze odnose se na parametre poznate funkcije distribucije slučajne varijable, a neparametarske se odnose na nepoznatu razdiobu.

Definicija 15.1 *(STATISTIČKA HIPOTEZA)*

Statistička hipoteza je bilo koja pretpostavka o distribuciji neke slučajne varijable (slučajnog vektora). Neparametarska hipoteza je pretpostavka o funkciji distribucije neke slučajne varijable. Parametarska hipoteza je pretpostavka o parametrima poznate distribucije neke slučajne varijable. Statističke hipoteze označavamo s $H_0, H_1, .., H_n$.

PRIMJER 15.1 $H_0(\lambda = \lambda_0)$ *je parametarska hipoteza za parametar* λ *u Poissonovoj distribuciji.*

Definicija 15.2 *(PROSTA HIPOTEZA)*

Parametarska hipoteza je prosta hipoteza ako sadrži samo jednu pretpostavku o parametru (npr. $H_0(\mu = \mu_0)$*). Parametarska hipoteza je složena ako se sastoji od konačno ili beskonačno mnogo prostih hipoteza*
(npr. $H_1(\mu > \mu_0)$, $H_1(\mu < \mu_0)$, $H_1(\mu \neq \mu_0)$*).*

Definicija 15.3 *(STATISTIČKI TEST)*

Testiranje statističkih hipoteza moguće je ako postaje barem dvije alternativne hipoteze: H_0 *nul-hipoteza i njoj alternativna* H_1 *hipoteza (u nekom smislu suprotna). Statistiku* T *na uzorku* $(X_1, X_2, ..., X_n)$ *pomoću koje se donosi odluka o prihvaćanju nul-hipoteze* *ili prihvaćanju neke od alternativno postavljenih hipoteza ako je dobivena vrijednost slučajnog uzorka $(x_1, x_2, ..., x_n)$ zovemo statističkom testom. Test statistika ima svoju poznatu distribuciju.*

PRIMJER 15.2 *Neka je nul-hipoteza $H_0(p = p_0)$ za slučajne varijable koje imaju $B(1, p)$ binomnu distribuciju.*
Test statistika $T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ ima normalnu distribuciju $T \sim N(p, \frac{1}{n}p(1-p))$, za $n \to \infty$.

Definicija 15.4 *(GREŠKA PRVE VRSTE, NIVO ZNAČAJNOSTI)*

Testom je napravljena greška prve vrste ako se nije prihvatila ispravna nul-hipoteza. Vjerojatnost da se napravi greška prve vrste naziva se nivo (razina) značajnosti i označava s α.

Definicija 15.5 *GREŠKA DRUGE VRSTE, JAKOST TESTA*

Testom je napravljena greška druge vrste ako se prihvatila lažna nul-hipoteza.
Vjerojatnost da se napravi greška druge vrste označava s β.
Vjerojatnost da se ne napravi greška druge vrste zove se jakost testa označava s η, $\eta = 1-\beta$.
(Jakost testa je vjerojatnost da se odbaci lažna nul-hipoteza.)

Definicija 15.6 *Kritično područje*
Vrijednost t_{kr} statistike T na uzorku $(X_1, X_2, ..., X_n)$ na osnovu koje odlučujemo prihvacamo li ili odbacujemo nul-hipotezu H_0 zove se kritična točka.
Skup vrijednosti statistike T za koje se prihvaća H_0 zove se područje prihavćanja nul-hipoteze, a skup vrijednosti statistike T za koje se ne prihvaća H_0 zove se kritično područje.
Jednostrano kritično područje može biti određeno s uvjetom $T > t_{kr}$ za $t_{kr} > 0$ ili uvjetom $T < t_{kr}$ za $t_{kr} < 0$.
Dvostrano kritično područje određeno je s uvjetom $T < t_{kr1}$ i $T > t_{kr2}$ za $t_{kr1} < t_{kr2}$.

NAPOMENA 15.1 *Neka je zadan nivo značajnosti α i test statistika T za parametarsku hipotezu $H_0(parametar = parametar_0)$.*
(a) Za dvostrani test:

$$H_0\ (parametar = parametar_0)$$

$$H_1\ (parametar \neq parametar_0)$$

kritične točke t_{kr1}, t_{kr2}, određujemo iz uvjeta
$P(T < t_{kr1}) = \frac{\alpha}{2}$, $P(T > t_{kr2}) = \frac{\alpha}{2}$;
$t_{kr1} = z_{\frac{\alpha}{2}}$ *i* $t_{kr2} = z_{1-\frac{\alpha}{2}}$

su kvantili za F, funkciju distribucije test statistike T.
Ako je vrijednost test statistike $t \in (t_{kr1}, t_{kr2})$ *prihvaćamo nul-hipotezu* H_0, *inače prihvaćamo alternativnu hipotezu* H_1.
(b) Za jednostrani test:

$$H_0(parametar = parametar_0)$$

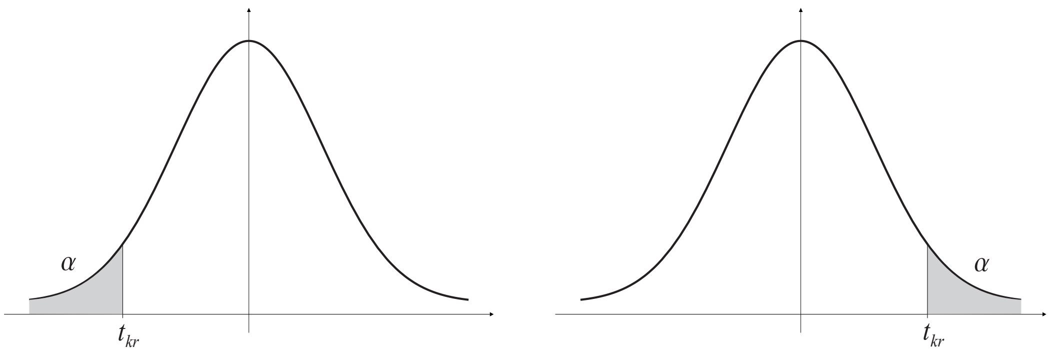
$$H_1(parametar < parametar_0)$$

lijevu kritičnu točku ($t_{kr} < 0$) *određujemo iz uvjeta*
$P(T < t_{kr}) = \alpha$;
$t_{kr} = z_\alpha$ *je kvantili za F, funkciju distribucije test statistike T.*
Ako je vrijednost test statistike $t \in (t_{kr}, \infty)$ *prihvaćamo nul-hipotezu* H_0, *inače prihvaćamo alternativnu hipotezu* H_1.
(c) Za jednostrani test:

$$H_0(parametar = parametar_0)$$

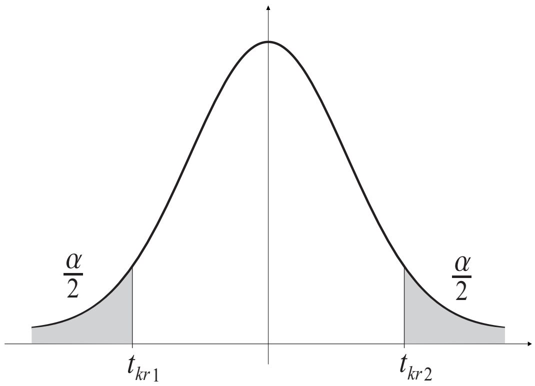
$$H_1(parametar > parametar_0)$$

desnu kritičnu točku ($t_{kr} > 0$) *određujemo iz uvjeta*
$P(T > t_{kr}) = \alpha$;
$t_{kr} = z_{1-\alpha}$ *je kvantili za F funkciju distribucije test statistike T.*
Ako je vrijednost test statistike $t \in (-\infty, t_{kr})$ *prihvaćamo nul-hipotezu* H_0, *inače prihvaćamo alternativnu hipotezu* H_1.



Slika 15.1: Kritično područje za jednostrani (lijevi i desni) test.

NAPOMENA 15.2 *Vrijednosti* α, β *ovise o* t_{kr}. *Želimo da obe greške budu male a to je kontradiktorno (ako* α *opada,* t_{kr} *se miče u desno i* β *raste.)*
U praksi se na početku izabere $\alpha = 0.05$ *ili* $\alpha = 0.01$, *zatim se odredi* t_{kr} *i na kraju se izračuna* β. *Ako je* β *veliko onda ponavljamo test pomoću većeg uzorka.*



Slika 15.2: Kritično područje za dvostrani test.

NAPOMENA 15.3 *Svi teoremi o testiranju hipoteza o parametrima (očekivanje, vjerojatnost i varijanca) su dani bez dokaza. Dokazi se temelje na rezultatima dobivenim u poglavlju Intervali povjerenja i u uvodu objašnjenog postupka.*

15.1 TEST HIPOTEZE ZA VJEROJATNOST BINOMNE DISTRIBUCIJE $n \to \infty$

MOTIV 15.1 *Proizvođač lijeka tvdri da je lijek za alergiju djelotvoran* 90% *u vremenskom razdoblju od 8 sati tako da se ukloni alergijska reakcija kože. Liječnik je vršio istraživanje. Na uzorku od 200 pacijenata s alergijskim problemima lijek je bio učinkovit kod njih 160. Koji je zaključak liječnik dobio- treba li vjerovati deklaraciji proizvođača? Pretpostavimo da je odluku donio uz razinu značajnosti* 1% *tj. vjerojatnost da je odbacio istinitu tvrdnju je* 1%.

TEOREM 15.1 *Ako je broj ponavljanja u Bernoullijevoj shemi veliki onda za parametarsku hipotezu $H_0(p = p_0)$ test statistika*

$$T = \sqrt{n}\frac{\overline{X} - p_0}{\sqrt{p_0(1 - p_0)}}$$

ima standardnu normalnu distribuciju $T \sim N(0, 1)$.
Neka je zadan nivo (razina) značajnosti α.
(a) Za dvostrani test:
nul-hipoteza $H_0(p = p_0)$ i alternativna $H_1(p \neq p_0)$
kritične točke t_{kr1}, t_{kr2}, određujemo iz uvjeta

$$P(T < t_{kr1}) = \frac{\alpha}{2}, \; P(T > t_{kr2}) = \frac{\alpha}{2};$$

$t_{kr1} = z_{\frac{\alpha}{2}}$, $t_{kr2} = z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ *su kvantili za F^*, funkciju distribucije $T \sim N(0, 1)$.*
Ako je vrijednost test statistike
$t = \sqrt{n}\frac{\bar{x}-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \in (t_{kr1}, t_{kr2})$ *prihvaćamo nulhipotezu H_0, inače prihvaćamo alternativnu H_1.*
(b) Za jednostrani test:
nul-hipoteza $H_0(p = p_0)$ i alternativna $H_1(p < p_0)$
kritičnu točku t_{kr} određujemo iz uvjeta $P(T < t_{kr}) = \alpha$;
$t_{kr} = z_\alpha$ *je kvantili za F^*, funkciju distribucije $T \sim N(0, 1)$.*
Ako je vrijednost test statistike
$t = \sqrt{n}\frac{\bar{x}-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \in (t_{kr1}, \infty)$ *prihvaćamo nul-hipotezu H_0, inač prihvaćamo alternativnu H_1.*
(c) Za jednostrani test:

nul-hipoteza $H_0(p = p_0)$ i alternativna $H_1(p > p_0)$
kritičnu točku t_{kr} određujemo iz uvjeta $P(T > t_{kr}) = \alpha$;
$t_{kr} = z_{1-\alpha}$ je kvantili za F^*, funkciju distribucije $T \sim N(0, 1)$.
Ako je vrijednost test statistike
$t = \sqrt{n}\frac{\bar{x}-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \in (-\infty, t_{kr})$ prihvaćamo nul-hipotezu H_0, inač prihvaćamo alternativnu H_1.

PRIMJER 15.3 *Napravljen je slučajni pokus bacanje novčića. Pokus je ponovljen n=4040 puta i dobiveno je 2048 grbova. Znamo da je uspjeh u pokusu binomna slučajna varijabla s parametrom p vjerojatnost da padne grb. Testiramo nulhipotezu $H_0(p = 0.5)$ tj. testiramo hipotezu da je novčić ispravan. Alternativna hipozeza je $H_1(p \neq 0.5)$. Neka je nivo značajnosti $\alpha = 0.05$.*

Rješenje: Postavljamo hipoteze:
nul-hipoteza $H_0(p = 0.5)$
alternativna hipoteze $H_1(p \neq 0.5)$ $\quad H_1(p < 0.5)$ i $H_1(p > 0.5)$.
Za zadani $\alpha = 0.05$ provjeravamo dvostrani test.
$t_{kr1} = z_{0.025}$, $t_{kr2} = z_{0.975}$ su kvantili standardne normalne distribucije F^*.

$$-t_{kr1} = z_{1-0.025} = z_{0.975} = 1.96, \quad \Rightarrow \quad t_{kr1} = -1.96, \quad t_{kr2} = z_{0.975} = 1.96.$$

Područje prihvaćanja za nul-hipotezu $H_0(p = 0.5)$ za nivo značajnosti $\alpha = 0.05$ je $(t_{kr1}, t_{kr2}) = (-1.96, 1.96)$.
Vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$, je

$$t = \sqrt{n}\frac{\bar{x} - p_0}{\sqrt{p_0(1 - p_0)}} = \sqrt{4040} \cdot \frac{\frac{2048}{4040} - 0.5}{\sqrt{0.5 \cdot (1 - 0.5)}} = 0.881\,04.$$

Kako je $t \in (t_{kr1}, t_{kr2})$ unutar područja prihvatljivosti nul-hipoteze, prihvaćamo nul-hipotezu $H_0(p = 0.5)$, novčić je ispravan.

Prisjetimo se motivacijskog primjera:

PRIMJER 15.4 *motiv*

Proizvođač lijeka tvdri da je lijek za alergiju djelotvoran 90% *u vremenskom razdoblju od 8 sati tako da se ukloni alergijska reakcija kože. Liječnik je vršio istraživanje. Na uzorku od 200 pacijenata s alergijskim problemima lijek je bio učinkovit kod njih 160. Koji je zaključak liječnik dobio- treba li vjerovati deklaraciji proizvođača? Pretpostavimo da je odluku donio uz razinu značajnosti* 1% *tj. vjerojatnost da je odbacio istinitu tvrdnju je* 1%.

Rješenje: Postavljamo hipoteze:
$H_0(p = 0.9)$, deklaracija o lijeku je isprvna
$H_1(p < 0.9)$ deklaracija je lažna.
U zadatku je zadano $\alpha = 0.01$, $p_0 = 0.9$, $\overline{x} = \frac{160}{200}$, $n = 200$.

Test statistika je $T = \sqrt{n}\dfrac{\overline{X} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}$ i ima standardnu normalnu distribuciju $T \sim N(0,1),\ n \to \infty$.
Za jednostrani test, kritičnu točku t_{kr} određujemo iz uvjeta $P(T < t_{kr}) = \alpha$. Tako je $t_{kr} = z_\alpha$ kvantili za F*, funkciju distribucije $T \sim N(0,1)$.
Kritična točka je $t_{kr} = z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2.33$.
Područje prihvaćanja za nul-hipotezu $H_0(p = 0.9)$ za nivo značajnosti
$\alpha = 0.01$ je $(t_{kr}, \infty) = (-2.33, \infty)$.
Vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,

$$t = \sqrt{n}\frac{\overline{x} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \sqrt{200} \cdot \frac{\frac{160}{200} - 0.9}{\sqrt{0.9 \cdot (1 - 0.9)}} = -4.72.$$

Kako $t \notin (t_{kr}, \infty)$ nije unutar područja prihvatljivosti nul-hipoteze, prihvaćamo alternativnu $H_1(p < 0.9)$ tj. deklaracija nije vjerodostojna uz razinu značajnosti 1%.

15.2 TESTIRANJE HIPOTEZE ZA OČEKIVANJE NORMALNE DISTRIBUCIJE kad je varijanca poznata

(i za $n > 30$)

MOTIV 15.2 *Prekidna čvrstoća kablova proizvedenih u jednoj tvornici ima uzoračku aritmetičku sredinu 815 kg i standardnu devijaciju 45 kg. Novom tehnologijom u proizvodnom procesu tvrdi se da je prekidna čvrstoća povećana. Da testira tu tvrdnju kontrolor je testirao 50 kablova i dobio uzoračku aritmetičku sredinu 840 kg. Hoće li kontorlor prihvatiti tvrdnju proizvođača uz razinu značajnosti* 1%.

U 13. i 14. poglavlju (Intervali povjerenja) uočili smo da pomoću statistika $T(X_1, ..., X_n)$ donosimo zaključke o parametrima teorijske distribucije (očekivanje μ i varijanca σ^2). U slučaju velikog uzorka sve statsitike imaju normalnu distribuciju $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ bez obzira o teorijsku distribuciju populacije. Zato, za velike uzorke, ako nije poznata varijanca, možemo korigiranu uzoračku varijancu $\widehat{s^2}$ i uzoračku varijancu $\widehat{\sigma^2}$ uzeti za procjenu σ^2.

TEOREM 15.2 *Neka je $(X_1, X_2, ..X_n)$ slučajni uzorak slučajne varijable X koja ima poznatu distribuciju (normalna) s nepoznatim parametrom očekivanje μ i poznatom varijancom σ^2 (ili poznatom korigiranom uzoračkom varijancom $\widehat{s^2}$). Ako je veliki uzorak ($n \to \infty$) za parametarsku hipotezu $H_0(\mu = \mu_0)$ test statistika $T = \sqrt{n}\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma}$ ima standardnu normalnu distribuciju $T \sim N(0, 1)$.*
Neka je zadan nivo (razina) značajnosti α.
(a) Za dvostrani test:
nul-hipoteza $H_0(\mu = \mu_0)$ i alternativna $H_1(\mu \neq \mu_0)$,
kritične točke t_{kr1}, t_{kr2}, određujemo iz uvjeta

$$P(T < t_{kr1}) = \frac{\alpha}{2},\ P(T > t_{kr2}) = \frac{\alpha}{2};$$

$t_{kr1} = z_{\frac{\alpha}{2}}$, $t_{kr2} = z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ su kvantili za F, funkciju distribucije $T \sim N(0, 1)$.*
Ako je vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \sqrt{n}\frac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma} \in (t_{kr1}, t_{kr2})$ prihvaćamo nulhipotezu H_0, inače prihvaćamo alternativnu H_1.
(b) Za jednostarni test:
nul-hipoteza $H_0(\mu = \mu_0)$ i alternativna $H_1(\mu < \mu_0)$,

kritičnu točku t_{kr} određujemo iz uvjeta $P(T < t_{kr}) = \alpha$;
$t_{kr} = z_\alpha$ je kvantil za F^*, funkciju distribucije test statistike $T \sim N(0,1)$.
Ako je vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \sqrt{n}\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma} \in (t_{kr}, \infty)$ prihvaćamo nul-hipotezu H_0, inače prihvaćamo alternativnu H_1.
(c) Za jednostarni test:
nul-hipoteza $H_0(\mu = \mu_0)$ i alternativna $H_1(\mu > \mu_0)$,
kritičnu točku t_{kr} određujemo iz uvjeta $P(T > t_{kr}) = \alpha$;
$t_{kr} = z_{1-\alpha}$ je kvantil za F^*, funkciju distribucije test statistike $T \sim N(0,1)$.
Ako je vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \sqrt{n}\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma} \in (-\infty, t_{kr})$ prihvaćamo nul-hipotezu H_0, inače prihvaćamo alternativnu H_1.

PRIMJER 15.5 *Slučajna varijabla $X \sim N(\mu, \sigma^2 = 4)$. U uzorku veličine n=25 vrijednost uzoračke aritmetičke sredine je $\overline{x} = 14.7$. Za nivo značajnosti $\alpha = 0.01$ testirati*
(a) nul-hipotezu $H_0(\mu = 16)$ i alternativnu hipotezu $H_1(\mu \neq 16)$,
(b) nul-hipotezu $H_0(\mu = 16)$ i alternativnu hipotezu $H_1(\mu < 16)$.

Rješenje :
Zadan je uzorak iz normalne distribucije pa za parametarsku hipotezu $H_0(\mu = \mu_0)$ test statistika $T = \sqrt{n}\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma}$ ima standardnu normalnu distribuciju $T \sim N(0,1)$.
Nivo značajnosti je $\alpha = 0.01$, i $n = 25$.
(a)Testiramo:
nul-hipotezu $H_0(\mu = 16)$ i alternativnu hipotezu $H_1(\mu \neq 16)$,
Kritične točke su kvantili za F^* :

$$t_{kr1} = z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.005}, \quad -t_{kr1} = z_{0.995}, \quad -t_{kr1} = 2.58, \quad t_{kr1} = -2.58.$$

$$t_{kr2} = z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{0.995}, \quad t_{kr2} = 2.58.$$

Područje prihvaćanja za nul-hipotezu $H_0(\mu = 16)$ za nivo značajnosti $\alpha = 0.01$ je $(t_{kr1}, t_{kr2}) = (-2.58, 2.58)$.
Vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \sqrt{n}\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma} = \sqrt{25}\frac{14.7-16}{2} = -3.25 \notin (t_{kr1}, t_{kr2})$ pa odbacujemo nul-hipotezu $H_0(\mu = 16)$ i prihvaćamo alternativnu hipotezu $H_1(\mu \neq 16)$.
(b) Testiramo:
nul-hipotezu $H_0(\mu = 16)$ i alternativnu hipotezu $H_1(\mu < 16)$.
Kritična točka je kvantili za F^* : $t_{kr} = z_\alpha = z_{0.01}$, $t_{kr} = -2.33$.
Područje prihvaćanja za nul-hipotezu $H_0(\mu = \mu_0)$ za nivo značajnosti $\alpha = 0.01$ je $(t_{kr}, \infty) = (-2.33, \infty)$.

Vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \sqrt{n}\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma} = \sqrt{25} \cdot \frac{14.7-16}{2} = -3., 25 \notin (-2.33, \infty)$, pa odbacujemo nul-hipotezu i prihvaćamo alternativnu hipotezu $H_1(\mu < 16)$.

Prisjetimo se motivacijskog primjera:

PRIMJER 15.6 *motiv*

Prekidna čvrstoća kablova proizvedenih u jednoj tvornici ima uzoračku aritmetičku sredinu 815 kg i standardnu devijaciju 45 kg. Novom tehnologijom u proizvodnom procesu tvrdi se da je prekidna čvrstoća povećana. Da testira tu tvrdnju kontrolor je testirao 50 kablova i dobio uzoračku aritmetičku sredinu 840 kg. Hoće li kontorlor prihvatiti tvrdnju proizvođača uz razinu značajnosti 1%.

Rješenje :
Uzorak je veliki $n > 30$, pa za parametarsku hipotezu $H_0(\mu = \mu_0)$ test statistika $T = \sqrt{n}\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma}$ ima standardnu normalnu distribuciju $T \sim N(0, 1)$.
Testiramo:
nul-hipoteza $H_0(\mu = 815)$ i alternativna $H_1(\mu > 815)$
pomoću jednostranog testa.
U zadatku su poznati podatci $n = 50$, $\widehat{\sigma} = 45$, $\bar{x} = 840$, $\alpha = 0.01$.
Za veliki uzorak standardnu devijaciju σ procijenit ćemo sa uzoračkom devijacijom $\widehat{\sigma}$. Za jednostrani test, kritičnu točku t_{kr} određujemo iz uvjeta $P(T > t_{kr}) = \alpha$; $t_{kr} = z_{1-\alpha} = 2.33$ je kvantil standardne normalne distribucije.

Područje prihvaćanja za nul-hipotezu $H_0(\mu = 815)$ za nivo značajnosti 0.01 je $(-\infty, 2.33)$.
Vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \sqrt{n}\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma} = \sqrt{50}\frac{840-815}{45} = 3.93 \notin (-\infty, 2.33)$ pa odbacujemo nul-hipotezu i prihvaćamo alternativnu hipotezu $H_1(\mu > 815$. Kontrolor će prihvatiti tvrdnju proizvođača o poboljšanju prekidne čvrstoće.

15.3 TESTIRANJE HIPOTEZA ZA OČEKIVANJE NORMALNE DISTRIBUCIJE kad je varijanca nepoznata

MOTIV 15.3 *Da testira prekidnu čvrstoću užadi kontrolor je testirao 6 užadi i dobio uzoračku aritmetičku sredinu 3515 kg i korigiranu uzoračku varijancu 66 kg. Proizvođač tvrdi da je 3630 kg. Hoće li kontorlor prihvatiti tvrdnju proizvođača uz razinu značajnosti* 1%.

MOTIV 15.4 *Izvršena su mjerenja tlačne čvrstoće* $[\frac{kg}{cm^2}]$ *uzorka betona visoke kvalitete (A) i običnog betona (B). Dobiveni su sljedeće vrijednosti*

A	*357*	*356*	*413*
B	*346*	*358*	*302*

Pretpostavimo da su tlačne čvrstoće normalno distribuirane i da imaju jednake varijance. Testirajte hipotezu da je oba tipa betona imaju jednaka očekivanja $\mu_1 = \mu_2$ *uz alternativnu hipotezu da je* $\mu_1 > \mu_2$, *uz razinu značajnosti* 5%.

TEOREM 15.3 *Neka je* $(X_1, X_2, ..X_n)$ *slučajni uzorak slučajne varijable X koja ima normalnu distribuciju s nepoznatim parametrom očekivanje* μ *i nepoznatom varijancom* σ^2. *Za parametarsku hipotezu* $H_0(\mu = \mu_0)$ *test statistika*

$$T = \sqrt{n}\frac{\overline{X} - \mu_0}{\widehat{S}} = \sqrt{n-1}\frac{\overline{X} - \mu_0}{\widehat{\Sigma}}$$

ima Studentovu distribuciju $T \sim t(n-1)$.
Neka je zadan nivo (razina) značajnosti α.
(a) Za dvostrani test:
nul-hipoteza $H_0(\mu = \mu_0)$ *i alternativna* $H_1(\mu \neq \mu_0)$,
kritične točke t_{kr1}, t_{kr2}, *određujemo iz uvjeta*

$$P(T < t_{kr1}) = \frac{\alpha}{2},\ P(T > t_{kr2}) = \frac{\alpha}{2};$$

$t_{kr1} = z_{\frac{\alpha}{2}}$, $t_{kr2} = z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ *su kvantili za F, funkciju distribucije* $T \sim t(n-1)$.
Ako je vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \sqrt{n}\frac{\overline{x}-\mu_0}{\widehat{s}} \in (t_{kr1}, t_{kr2})$ *prihvaćamo nulhipotezu* H_0, *inače prihvaćamo alternativnu* H_1.

(b) Za jednostarni test:
nul-hipoteza: $H_0(\mu = \mu_0)$ *i alternativna* $H_1(\mu < \mu_0)$*, kritičnu točku* t_{kr} *određujemo iz uvjeta* $P(T < t_{kr}) = \alpha$.
$t_{kr} = z_\alpha$ *je kvantil za F, funkciju distribucije test statistike* $T \sim t(n-1)$.
Ako je vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \sqrt{n}\frac{\overline{x}-\mu_0}{\widehat{s}} \in (t_{kr}, \infty)$ *prihvaćamo* H_0*, inače prihvaćamo alternativnu* H_1.
(c) Za jednostarni test:
nul-hipoteza $H_0(\mu = \mu_0)$ *i alternativna* $H_1(\mu > \mu_0)$ *kritičnu točku* t_{kr} *određujemo iz uvjeta* $P(T > t_{kr}) = \alpha$;
$t_{kr} = z_{1-\alpha}$*, je kvantil za F, funkciju distribucije test statistike* $T \sim t(n-1)$.
Ako je vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \sqrt{n}\frac{\overline{x}-\mu_0}{\widehat{s}} \in (-\infty, t_{kr})$ *prihvaćamo nulhipotezu* H_0*, inače prihvaćamo alternativnu* H_1.

NAPOMENA 15.4 *Kvantili za Studentovu distribuciju za* $n = 5$, $t(4)$,
$F(z_\alpha) = \alpha$:

α	0.05	0.01
z_α	−2.13	−1.53
$z_{1-\alpha}$	2.13	1.53

α	0.05	0.01
$\frac{\alpha}{2}$	0.025	0.005
$z_{\frac{\alpha}{2}}$	−2.78	−4.60
$z_{1-\frac{\alpha}{2}}$	2.78	4.60

PRIMJER 15.7 *Neka slučajna varijabla ima normalnu distribuciju*
$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ *nepoznate varijance* σ^2*. Uzet je utorak veličine* $n = 5$ *i dobivena je vrijednost uzoračke aritmetičke sredine* $\overline{x} = 10.2$*, i vrijednost korigirane uzoračke varijance* $\widehat{s^2} = 0.64$.
Za nivo značajnosti $\alpha = 0.05$ *testirati*
(a) nul-hipotezu $H_0(\mu = 10)$ *i alternativnu hipotezu* $H_1(\mu \neq 10)$,
(b) nul-hipotezu $H_0(\mu = 10)$ *i alternativnu hipotezu* $H_1(\mu < 10)$.

Rješenje:
Za parametarsku hipotezu $H_0(\mu = \mu_0)$ test statistika

$$T = \sqrt{n}\frac{\overline{X} - \mu_0}{\widehat{S}} = \sqrt{n-1}\frac{\overline{X} - \mu_0}{\widehat{\Sigma}}$$

ima Studentovu distribuciju $T \sim t(n-1)$.
Za nivo značajnosti $\alpha = 0.05$ i $n = 5$ (a) testiramo:

nul-hipotezu $H_0(\mu = 10)$ i alternativnu hipotezu $H_1(\mu \neq 10)$.
Za $\alpha = 0.05,\ n-1 = 4$,
kritične točke su kvantili Studentove distribucije $t(5-1)$:

$$t_{kr1} = z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.025},\ \ -t_{kr1} = z_{0.975},\ \ -t_{kr1} = 2.78,\ \ t_{kr1} = -2.78,$$

$$t_{kr2} = z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{0.995},\ \ t_{kr2} = 2.78.$$

Područje prihvaćanja za nulhipotezu $H_0(\mu = \mu_0)$ za nivo značajnosti $\alpha = 0.05$ je $(t_{kr1}, t_{kr2}) = (-2.78, 2.78)$.
Vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \sqrt{n}\frac{\bar{x}-\mu_0}{\widehat{s}} = \sqrt{5} \cdot \frac{10.2-10}{0.8} = 0.559\,02 \in (t_{kr1}, t_{kr2})$ je upala u područje prihvaćanja, pa prihvaćamo nulhipotezu $H_0(\mu = 10)$.
(b) Testiramo:
nul-hipotezu $H_0(\mu = 10)$ i alternativnu hipotezu $H_1(\mu < 10)$.
Za $\alpha = 0.05$ kritična točka je kvantil Studentove distribucije $t(5-1)$:

$$t_{kr} = z_{\alpha} = z_{0.05},\ \ -t_{kr} = z_{0.95},\ \ -t_{kr} = 2.13,\ \ t_{kr} = -2.13.$$

Područje prihvaćanja za nul-hipotezu $H_0(\mu = 10)$ za nivo značajnosti $\alpha = 0.05$ je $(t_{kr}, \infty) = (-2.13, \infty)$.
Vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \sqrt{n}\frac{\bar{x}-\mu_0}{\widehat{s}} = \sqrt{5} \cdot \frac{10.2-10}{0.8} = 0.559 \in (-2.13, \infty)$ pa prihvaćamo nul-hipotezu $H_0(\mu = 10)$.

Prisjetimo se motivacijskog primjera:

PRIMJER 15.8 *motiv*

Da testira prekidnu čvrstoću užadi kontrolor je testirao 6 užadi i dobio uzoračku aritmetičku sredinu 3515 kg i uzoračku standardnu devijaciju 66 kg. Proizvođač tvrdi da je 3630 kg. Hoće li kontorlor prihvatiti tvrdnju proizvođača uz razinu značajnosti 1%.

Rješenje:
Testira se:
nul-hipoteza $H_0(\mu = 3630)$ i alternativna $H_1(\mu < 3630)$
pomoću jednostranog testa.

Test statistika $T = \sqrt{n}\frac{\overline{X}-\mu}{\widehat{S}} = \sqrt{n-1}\frac{\overline{X}-\mu}{\widehat{\Sigma}}$ ima studentovu distribuciju $T \sim t(n-1)$.
Za jednostrani test kritičnu točku t_{kr} određujemo iz uvjeta $P(T < t_{kr}) = \alpha$.

$t_{kr} = z_\alpha$, je kvantil za F, funkciju distribucije test statistike $T \sim t(n-1)$.
Za $\alpha = 0.01$ i $n = 6$, $t_{kr} = z_\alpha = z_{0.01}$, $-t_{kr} = z_{0.99}$, $-t_{kr} = 3.37$, $t_{kr} = -3.37$.
Područje prihvaćanja za nul-hipotezu $H_0(\mu = 3630)$ za nivo značajnosti $\alpha = 0.01$ je $(-3.37, \infty)$.
Vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \sqrt{n-1}\frac{\bar{x}-\mu_0}{\widehat{\sigma}} = \sqrt{5} \cdot \frac{3515-3630}{66} = -3.89 \notin (-3.37, \infty)$ pa ne prihvaćamo nul-hipotezu $H_0(\mu = 3630)$, nego alternativnu $H_1(\mu < 3630)$. Kontrolor će odbaciti tvrdnju proizvođača s razinom značajnosti 1%.

NAPOMENA 15.5 *Neka su $(X_1, X_2, ...X_n)$ i $(Y_1, Y_2, ..., Y_n)$ zadana dva slučajna uzorka iz normalne distribucije nepoznatih očekivanja μ_1 i μ_2 ali jedankih varijanci $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$. Ako testiramo $H_0(\mu_1 = \mu_2)$*
uz alternativne hipoteze $H_1(\mu_1 > \mu_2)$ ili $H_1(\mu_1 < mu_2)$ ili $H_1(\mu_1 \neq \mu_2)$
definiramo $\mu = \mu_1 - \mu_2$ i testiramo $H_0 : \mu = 0$
uz alternativne hipoteze $H_1(\mu > 0)$ ili $H_1(\mu < 0)$ ili $H_1(\mu \neq 0)$.

Prisjetimo se motivacijskog primjera:

PRIMJER 15.9 *motiv*
Izvršena su mjerenja tlačne čvrstoće $[\frac{kg}{cm^2}]$ uzorka betona visoke kvalitete (A) i običnog betona (B). Dobiveni su sljedeće vrijednosti

A	*357*	*359*	*413*
B	*346*	*358*	*302*

Pretpostavimo da su tlačne čvrstoće normalno distribuirane i da imaju jednake varijance. Testirajte hipotezu da je oba tipa betona imaju jednaka očekivanja $\mu_1 = \mu_2$ uz alternativnu hipotezu da je $\mu_1 > \mu_2$, uz razinu značajnosti 5%.

Rješenje:
Definiramo novu varijablu razlike čvrstoća D i uzorak razlike čvrstoća

A-B	11	1	111

Uzoračaka aritmetička sredina za D je $\overline{d} = 41$, a korigiranqauzoračka varijanca $\widehat{s_D^2} = 3700$
Za ovaj uzorak testiramo nul-hipotezu $H_0(\mu = 0)$
uz alternativnu hipotezu $H_1(\mu > 0)$. Koristimo test statistiku $T = \sqrt{n}\frac{\overline{X}-\mu_0}{\widehat{S}}$ koja ima

studentovu distribuciju $T \sim t(n-1)$.
Za jednostrani test, kritičnu točku t_{kr} određujemo iz uvjeta $P(T > t_{kr}) = \alpha$.
$t_{kr} = z_{1-\alpha}$, je kvantil za F, funkciju distribucije test statistike $T \sim t(n-1)$.
U zadatku je zadana razina značajnosti $\alpha = 0.05$ i $n = 3$ pa iz tablice $t(2)$ očitavamo $t_{kr} = z_{1-\alpha} = 2.92$.

Područje prihvaćanja za nul-hipotezu $H_0(\mu = 0)$ za nivo značajnosti $\alpha = 0.05$ je $(-\infty, 2.92)$.
Ako je vrijednost test statistike $t = \sqrt{n}\frac{\bar{d}-\mu_0}{\widehat{s_D}} \in (t_{kr}, \infty)$ prihvaćamo nul-hipotezu, inače prihvaćamo alternativnu.
$t = \sqrt{3}\frac{41-0}{60.82} = 1.167 \in (-\infty, 2.92)$, pa prihvaćamo nul-hiptezu $H_0 : \mu = 0$, tj. nul-hipotezu $H_0(\mu_1 = \mu_2)$.

S razinom značajnosti 5% prihvaćamo hipotezu da oba betona imaju jednaka očekivanja čvrstoće.

15.4 TESTIRANJE HIPOTEZA za varijancu normalne razdiobe

MOTIV 15.5 *Očekivana masa palete opeka je 1166.4 kg. Standardna devijacija mase palete opeka je 5.5 kg. Kontrolor je testirao uzorak od 20 paleta i dobio uzoračku standardnu devijaciju 6.5 kg. Može li kontrolor zaključiti da je standardna devijacija u porastu uz nivo značajnosti* 5%?

TEOREM 15.4 *Neka je $(X_1, X_2, ..X_n)$ slučajni uzorak slučajne varijable X koja ima normalnu distribuciju s nepoznatim parametrom varijancom σ^2. Za parametarsku hipotezu $H_0(\sigma^2 = \sigma_0^2)$ test statistika*

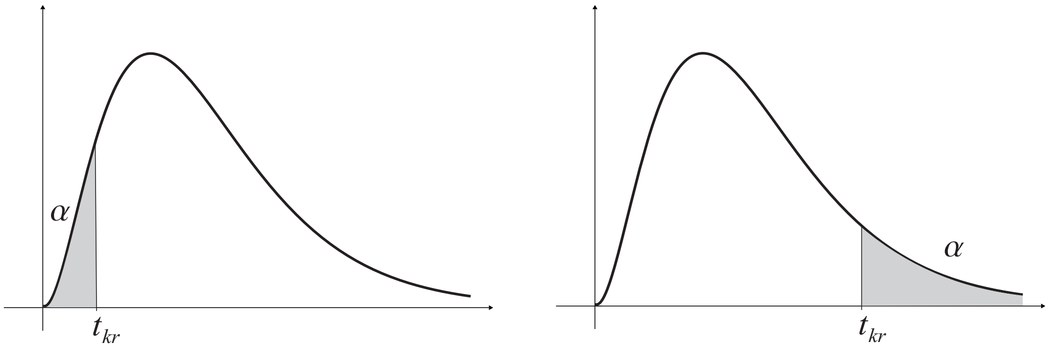
$$T = \frac{n-1}{\sigma_0^2}\widehat{S^2} = \frac{n}{\sigma_0^2} \cdot \widehat{\Sigma^2}$$

ima hikvadrat distribuciju s $(n-1)$ stupnjeva slobode $T \sim \chi^2(n-1)$.
Neka je zadan za nivo (razina) značajnosti α.
(a) Za dvostarni test:
nul-hipoteza $H_0(\sigma^2 = \sigma_0^2)$ i alternativna $H_1(\sigma^2 \neq \sigma_0^2)$,
kritične točke t_{kr1}, t_{kr2}, određujemo iz uvjeta

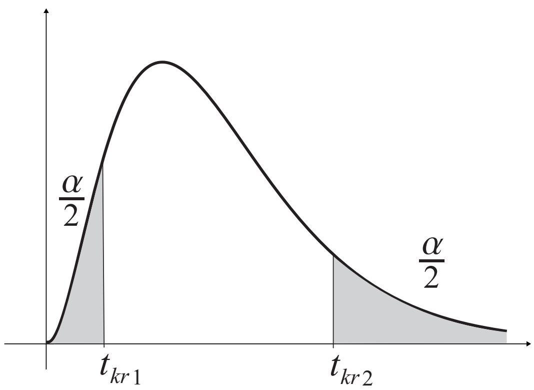
$$P(T < t_{kr1}) = \frac{\alpha}{2},\ P(T > t_{kr2}) = \frac{\alpha}{2}.$$

$t_{kr1} = z_{\frac{\alpha}{2}}$, $t_{kr2} = z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ su kvantili za funkciju distribucije $\chi^2(n-1)$.
Ako je vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \frac{(n-1)}{\sigma_0^2}\widehat{s^2} \in (t_{kr1}, t_{kr2})$
prihvaćamo nul-hipotezu H_0, inače prihvaćamo alternativnu H_1.
(b) Za jednostrani test:
nul-hipoteza $H_0(\sigma^2 = \sigma_0^2)$ i alternativna $H_1(\sigma^2 < \sigma_0^2)$,
kritičnu točku t_{kr} određujemo iz uvjeta $P(T < t_{kr}) = \alpha$.
$t_{kr} = z_\alpha$ je kvantil za funkciju distribucije $\chi^2(n-1)$.
Ako je vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \frac{(n-1)}{\sigma_0^2}\widehat{s^2} \in (t_{kr}, \infty)$
prihvaćamo nul-hipotezu H_0, inače prihvaćamo alternativnu H_1.
(c) Za jednostarni test:
nul-hipoteza $H_0(\sigma^2 = \sigma_0^2)$ i alternativna $H_1(\sigma^2 > \sigma_0^2)$,
kritičnu točku t_{kr} određujemo iz uvjeta $P(T > t_{kr}) = \alpha$.
$t_{kr} = z_{1-\alpha}$, je kvantil za funkciju distribucije $\chi^2(n-1)$.
Ako je vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,

$t = \frac{(n-1)}{\sigma_0^2}\widehat{s}^2 \in (-\infty, t_{kr})$
prihvaćamo nul-hipotezu H_0, inače prihvaćamo alternativnu H_1.



Slika 15.3: Kritično područje za jednostrani (lijevi i desni) test.



Slika 15.4: Kritično područje za dvostrani test.

NAPOMENA 15.6 *Kvantili za hikvadrat distribuciju za $n = 4$, $\chi^2(4)$,*
$F(z_\alpha) = \alpha$:

α	0.05	0.01
z_α	0.71	0.29
$z_{1-\alpha}$	9.48	11.27

α	0.05	0.01
$\frac{\alpha}{2}$	0.025	0.005
$z_{\frac{\alpha}{2}}$	0.48	0.21
$z_{1-\frac{\alpha}{2}}$	11.14	14.86

PRIMJER 15.10 *Neka slučajna varijabla ima normalnu distribuciju*
$X \sim N(\mu, \sigma^2)$. *U uzorku veličine $n = 5$ vrijednost korigirane uzoračke varijance je*

$\widehat{s}^2 = 0.64$ *Za nivo značajnosti* $\alpha = 0.05$ *testirati*
(a) nul-hipotezu $H_0(\sigma^2 = 0.8^2)$ *i alternativnu hipotezu* $H_1(\sigma^2 \neq 0.8)$,
(b) nul-hipotezu $H_0(\sigma^2 = 0.8^2)$ *i alternativnu hipotezu* $H_1(\sigma^2 < 0.8)$.

Rješenje :
Za parametarsku hipotezu $H_0(\sigma^2 = \sigma_0^2)$ test statistika

$$T = \frac{n-1}{\sigma_0^2}\widehat{S}^2 = \frac{n}{\sigma_0^2} \cdot \widehat{\Sigma}^2$$

ima hikvadrat distribuciju s $(n-1)$ stupnjeva slobode $T \sim \chi^2(n-1)$.

(a) Testitamo:
nul-hipotezu $H_0(\sigma^2 = 0.8^2)$ i alternativnu hipotezu $H_1(\sigma^2 \neq 0.8^2)$,

Za $\alpha = 0.05$, $n = 5$ kritične točke su kvantili distribucije $\chi^2(4)$:

$$t_{kr1} = z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.025}, \;\; t_{kr1} = 0.48,$$

$$t_{kr2} = z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{0.995}, \;\; t_{kr2} = 11.14.$$

Područje prihvaćanja za nul-hipotezu $H_0(\sigma^2 = 0.8^2)$ za nivo značajnosti $\alpha = 0.05$ je $(t_{kr1}, t_{kr2}) = (0.48, 11.14)$.
Vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \frac{(n-1)}{\sigma_0^2}\widehat{s}^2 = \frac{4}{0.64}0.64 = 4 \in (0.48, 11.14)$ pa prihvaćamo nul-hipotezu H_0.
(b) Testiramo:
nul-hipotezu $H_0(\sigma^2 = 0.8^2)$ i alternativnu hipotezu $H_1(\sigma^2 < 0.8^2)$.
Za $\alpha = 0.05$, $n = 5$, kritična točka je kvantil distribucije $\chi^2(4)$:
$t_{kr} = z_\alpha = z_{0.05}, \;\; t_{kr} = 0.71$.
Područje prihvaćanja za nul-hipotezu $H_0(\sigma^2 = 0.64)$ za nivo značajnosti $\alpha = 0.05$ je $(t_{kr}, \infty) = (0.71, \infty)$.
Vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \frac{(n-1)}{\sigma_0^2}\widehat{s}^2 = \frac{4}{0.64}0.64 = 4 \in (0.71, \infty)$ pa prihvaćamo nul-hipotezu $H_0(\sigma^2 = 0.64)$.

Prisjetimo se motivacijskog primjera:

PRIMJER 15.11 *motiv*

Očekivana masa palete opeka je 1166.4 kg. Standardna devijacija mase palete opeka je 5.5 kg. Kontrolor je testirao uzorak od 20 paleta i dobio uzoračku standardnu devijaciju 6.5 kg. Može li kontrolor zaključiti da je standardna devijacija u porastu uz nivo značajnosti 1%?

Rješenje :
U zadatku su zadani $n = 20$, $\widehat{\sigma} = 6.5$, i nivo značajnosti $\alpha = 0.01$.
Ako se testira:
nul-hipoteza $H_0(\sigma = 5.5)$ i alternativna $H_1(\sigma > 5.5)$,
pomoću jednostranog testa, izabiremo test statistiku

$$T = \frac{n}{\sigma_0^2}\widehat{\Sigma}^2$$

koja ima hikvadrat distribuciju s $(n-1)$ stupnjeva slobode $T \sim \chi^2(19)$.
Kritičnu točku t_{kr} određujemo iz uvjeta $P(T > t_{kr}) = \alpha$.
$t_{kr} = z_{1-\alpha}$, je kvantil za funkciju distribucije $\chi^2(n-1)$.
Za nivo značajnosti $\alpha = 0.01$ očitamo iz tablice $\chi^2(19)$ vrijednost $t_{kr} = z_{0.99} = 36.19$.
Područje prihvaćanja za nul-hipotezu $H_0(\sigma = 5.5)$ je $(-\infty, 36.19)$.
Vrijednost test statistike $T(X_1, X_2, ..., X_n)$,
$t = \frac{n}{\sigma_0^2}\widehat{\sigma}^2 = \frac{20}{5.5^2} \cdot 6.5^2 = 34.35 \in (-\infty, 36.19)$, pa prihvaćamo o nul-hipotezu $H_0(\sigma = 5.5)$.
Kontrolor će zaključiti da se standardna devijacija nije povećala uz nivo značajnosti 1%.

15.5 Ponovimo

TEST HIPOTEZA za parametar t

slučajni uzorak	$(X_1, X_2, ..., X_n)$
parametar	t
nivo (razina) značajnosti	$\alpha = 0.01$ ili 0.05
nul-hipoteza	$H_0(t = t_0)$
alternativna hipoteze	$H_0(t \neq t_0)$, $H_0(t < t_0)$,$H_0(t > t_0)$
test statistika	T uz H_0
dvostrani test za t	$P(T < t_{kr1}) + P(T > t_{kr2}) = \alpha$
	$t_{kr1} = z_{\frac{\alpha}{2}} \quad t_{kr2} = z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
prihvat za H_0	$t \in (t_{kr1}, t_{kr2})$
jednostrani test za t	$P(T < t_{kr}) = \alpha$
	$t_{kr} = z_\alpha$
prihvat za H_0	$t \in (t_{kr}, \infty)$
jednostrani test za t	$P(T > t_{kr}) = \alpha$
	$t_{kr} = z_{1-\alpha}$
prihvat za H_0	$t \in (-\infty, t_{kr})$

TEST HIPOTEZA za p ($n > 30$)

slučajni uzorak	$(X_1, X_2, ..., X_n)$ $n > 30$ $B(n, p)$
parametar p,	
nivo (razina) značajnosti	$\alpha = 0.01$ ili 0.05
nul-hipoteza	$H_0(p = p_0)$
alternativna hipoteze	$H_0(p \neq p_0)$, $H_0(p < p_0)$,$H_0(p > p_0)$
test statistika	$T = \sqrt{n}\frac{\overline{X}-p_0}{\sqrt{p_0\cdot(1-p_0)}} \sim N(0, 1)$

TEST HIPOTEZA za μ ($n > 30$)

slučajni uzorak	$(X_1, X_2, ..., X_n)$ $n > 30$ ili$N(\mu, \sigma^2)$
parametar μ,	σ^2 poznat
nivo (razina) značajnosti	$\alpha = 0.01$ ili 0.05
nul-hipoteza	$H_0(\mu = \mu_0)$
alternativna hipoteze	$H_0(\mu \neq \mu_0)$, $H_0(\mu < \mu_0)$,$H_0(\mu > \mu_0)$
test statistika	$T = \sqrt{n}\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma} \sim N(0, 1)$

TEST HIPOTEZA za μ (normalne distribucije)

slučajni uzorak	$(X_1, X_2, ..., X_n)$ $n < 30$ ili $N(\mu, \sigma^2)$
parametar μ,	σ^2 nepoznat
nivo (razina) značajnosti	$\alpha = 0.01$ ili 0.05
nul-hipoteza	$H_0(\mu = \mu_0)$
alternativna hipoteze	$H_0(\mu \neq \mu_0)$, $H_0(\mu < \mu_0)$,$H_0(\mu > \mu_0)$
test statistika	$T = \sqrt{n}\frac{\overline{X}-\mu_0}{\widehat{S}} \sim t(n-1)$

TEST HIPOTEZA za σ^2

slučajni uzorak	$(X_1, X_2, ..., X_n)$ $n < 30$ ili $N(\mu, \sigma^2)$
parametar σ^2,	
nivo (razina) značajnosti	$\alpha = 0.01$ ili 0.05
nul-hipoteza	$H_0(\sigma^2 = \sigma_0^2)$
alternativna hipoteze	$H_0(\sigma^2 \neq \sigma_0^2)$, $H_0(\sigma^2 < \_0)$,$H_0(\sigma^2 > \sigma_0^2)$
test statistika	$T = \sqrt{n-1}\frac{1}{\sigma_0}\widehat{S}^2 \sim \chi^2(n-1)$