

ZADACI KOMBINATORIKA

PERMUTACIJE, VARIJACIJE, KOMBINACIJE;

Broj permutacija n-članog skupa $P_n = n!$

Broj varijacija k-tog razreda od n elemenata $V_n^k = n * (n-1) * \dots * (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$

Broj varijacija s ponavljanjem k-tog razreda od n elemenata $\bar{V}_n^k = n^k$

Broj kombinacija k-tog razreda od n elemenata $C_n^k = \frac{V_n^k}{k!} = \frac{n!}{(n-k)! * k!} = \binom{n}{k}$

Broj kombinacija s ponavljanjem k-tog razreda od n elemenata $\bar{C}_n^k = \binom{n+k-1}{k}$

1. Zadan je skup $S = \{a, e, i, o, u\}$, broj elemenata u skupu S je $\|S\| = n = 5$

Napiši sve

- (a) permutacije
- (b) varijacije bez ponavljanja k=2 reda
- (c) varijacije s ponavljanjem k=2 reda
- (d) kombinacije bez ponavljanja k=2 reda
- (e) kombinacije s ponavljanjem 2 reda.

(a) $P_5 = 5!$

(b) $V_5^2 = 5 * 4 = \frac{5!}{(5-2)!} = 20$

(c) $\bar{V}_5^2 = 5^2 = 25$

(d) $C_5^2 = \binom{5}{2} = \frac{5!}{(5-2)! * 2!} = 10$

(e) $\bar{C}_5^2 = \binom{5+2-1}{2} = \binom{6}{2} = 15$

2. Koliko plesnih parova možemo formirati od 8 djevojaka s 8 dječaka?

ili Na koliko načina možete 8 poslova raspodijeliti na 8 radnika tako da svaki radnik radi po 1 posao?

$P_8 = 8! = 40320$

PERMUTACIJE S PONAVLJANJEM

Broj permutacija iz skupa koji ima k klasa elemenata i to n1 elemenata 1. klase, n2 elemenata 2. klase, ..., nk elemenata k-te klase i vrijedi $(n1 + n2 + \dots + nk = n)$

$P_n(n1, n2, \dots, nk) = \frac{n!}{n1! * n2! * \dots * nk!}$

1. U kutiji su 2 bijele, 3 zelene i 4 crvene kuglice. Izvlačimo jednu po jednu kuglicu i stavljamo je u niz.

Koliko ima različitih uzoraka od 2 bijele, 3 zelene i 4 crvene kuglice poredane u niz.

Bbroj nizova je $P_n(n_1, n_2, n_3) = 1260$

IZBOR BEZ VRAĆANJA

1. (poredak nije bitan)

U kutiji je 5 loptica različite boje. Koliko ima izbora 3 kuglice bez vraćanja ako poredak izabranih kuglica nije bitan?

$n = 5, r = 3$

$$C_n^{(r)} = C_5^{(3)} = \binom{5}{3} = \frac{5*4*3}{1*2*3} = 20.$$

2. (poredak bitan)

U kutiji je 5 loptica različite boje. Koliko ima izbora 3 kuglice bez vraćanja ako je poredak izabranih kuglica bitan (stavljamo ih u niz)?

$n=5, r=3$

$$V_n^{(r)} = V_5^{(3)} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5*4*3*2*1}{1*2} = 60.$$

IZBOR S VRAĆANJEM

1. (poredak nije bitan)

U kutiji je 5 loptica različite boje. Koliko ima izbora 3 kuglice s vraćanjem ako poredak izabranih kuglica nije bitan?

$n=5, r=3$

$$\overline{C}_n^{(r)} = \overline{C}_5^{(3)} = \binom{5+3-1}{3} = \binom{7}{3} = \frac{7*6*5}{1*2*3} = 35.$$

2. (poredak bitan)

U kutiji je 5 loptica različite boje. Koliko ima izbora 3 kuglice s vraćanjem ako je poredak izabranih kuglica bitan (stavljamo ih u niz)?

$n=5, r=3$

$$\overline{V}_n^{(r)} = \overline{V}_5^{(3)} = 5^3 = 125.$$

RAZDIOBE (u svaku kutiju najviše 1 predmet)

1. (jednaki predmeti)

U kutiji su 3 loptica iste boje. Na koliko načina možemo razdijeliti loptice u 5 različitih kutija ako je dozvoljeno da u svaku kutiju stavimo najviše 1 predmet?

$n = 5, r = 3,$

$$C_n^{(r)} = C_5^{(3)} = \binom{5}{3} = \frac{5*4*3}{1*2*3} = 20.$$

2. (različiti predmeti)

U kutiji su 3 loptica različite boje. Na koliko načina možemo razdijeliti loptice u 5 različitih kutija ako je dozvoljeno da u svaku kutiju stavimo najviše 1 predmet?

$n = 5, r = 3,$

$$V_n^{(r)} = V_5^{(3)} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5*4*3*2*1}{1*2} = 60.$$

RAZDIOBE (u svaku kutiju proizvoljno predmeta)

1. (jednaki predmeti)

U kutiji su 3 loptice iste boje. Na koliko načina možemo razdijeliti loptice u 5 različitih kutija ako je dozvoljeno da u svaku kutiju stavimo proizvoljan broj predmeta?

$$n = 5, r = 3,$$
$$\overline{C}_n^{(r)} = \overline{C}_5^{(3)} = \binom{5+3-1}{3} = \binom{7}{3} = \frac{7*6*5}{1*2*3} = 35.$$

2. (različiti predmeti)

U kutiji su 3 loptice različite boje. Na koliko načina možemo razdijeliti loptice u 5 različitih kutija ako je dozvoljeno da u svaku kutiju stavimo proizvoljan broj predmeta?

$$n = 5, r = 3,$$
$$\overline{V}_n^{(r)} = \overline{V}_5^{(3)} = 5^3 = 125.$$