ZADACI: VJEROJATNOSTI

(PRAVILO PRODUKTA VJEROJATNOSTI)

$P(AB) = P(A)P(B)$ ako su A i B nezavisni (rezultati nezavisnih eksperimenata)

$P(ABC) = P(A)P(B/A)P(C/AB)$.....

1. Bacamo 3 novčića istovremeno.
Kolika je vjerojatnost da se desio događaj "pgg"?
$P(pgg) = \frac{1}{8}$
2. Bacamo kocku i novčić
Kolika je vjerojatnost da se desio događaj "2p"?
$P(2p) = \frac{1}{12}$.
3.Kolika je vjerojatnost da bar 2 čovjeka u grupi od k ljudi ima rođendan isti dan?
npr. k=50
A= bar 2 ista rođendana u grupi od k=50 ljudi)
$(a1, a2, ...ak), S = \{1, 2, 3, ....., 365\}$ $n = \|S\| = 365$, $ai \in S$
A$^c$=svi različite rođendane
$P(A^c)$ =P(svi različiti datumi)= 0.03
$P(A) = 1 - P(A^c) = 0.97$
Napomena
$P(A, k = 50) = 0.97$
$P(A, k = 30) = 0.70$
$P(A, k = 23) = 0.51$
4. Kolika je vjerojatnost da bar 2 čovjeka u grupi od k ljudi ima rođendan kad i ja?
npr. k=50
B=bar netko isti rođenda kao ja
B$^c$ =svi različit rođendan od mene a=moj
$P(B^c)$ =P(svi različiti datumi od mog)= 0.87
$P(B) = 1 - P(B^c) = 0.13$
Napomena
$P(B, k = 50) = 0.13$
$P(A, k = 253) = 0.50$
5. U kutiji su 2 bijele, 3 zelene i 4 crvene kuglice. Izvlačimo jednu po jednu kuglicu i stavljamo je u niz.
(a) Koliko ima različitih uzoraka od 2 bijele, 3 zelene i 4 crvene kuglice poredane u niz.

(b) Kolika je vjerojatnost da se izabere niz u kojem su baš prve 2 kuglice bijele, zatim 3 zelene i na kraju 4 crvene?

(a) broj nizova je $P_n(n1, n2, n3) = 1260$

(b) A= (B,B,Z,Z,Z,C,C,C,C)

$P(A) = \frac{1}{P_n(n1,n2,n3)} = \frac{1}{1260} = 0.00079 = 0.0008.$

ili prema pravilu produkta

$P(A) = \frac{2}{9}\frac{1}{8}\frac{3}{7}\frac{2}{6}\frac{1}{5}\frac{4}{4}\frac{3}{3}\frac{2}{2}\frac{1}{1} = \frac{1}{1260} = 0.00079 = 0.0008.$

(UVJETNA VJEROJATNOST)

$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$

$P(A/B) = P(A)$ ako su A i B nezavisni događaji

$P(B/A) = P(B)$ ako su A i B nezavisni događaji

Zato $P(AB) = P(A)P(B)$ ako su A i B nezavisni događaji

1. Bacamo 2 kocke istovremeno. Neka je A="3 na 1. kocki"

B="4 na 2. koci"

Kolika je vjerojatnost da se desio događaj AB tj. P(AB)=?

A i B su nezavisni događaji pa je

$P(AB) = \frac{1}{36}$

2. Bacamo 2 kocke istovremeno.

A= zbroj na obe kocke je 6

B=zbroj na obe kocke je 7

Izračunati P(A) i P(B) i usporediti.

(Je su li 6 i 7 jednako vjerojatni?)

A={(5,1),(4,2),(3,3),(2,4),(1,5)}

B={(6,1),(5,2),(4,3),(3,4),(2,5),(1,6)}

$P(A) = 5 * \frac{1}{36}, P(B) = 6 * \frac{1}{36}$

$P(A) < P(B).$

(BAYESOVA FORMULA)

Zadane su hipoteze - događaji $H_1, H_2, ...H_n$
(čine potpun sistem događaja -disjunktni i čine cijeli $\Omega$).
Zadane su $P(H_i)$
Promatramo događaj A
Zadane su $P(A/H_i)$
Trebamo odlučiti koja je hipoteza istinita uz pretpostavku da se desio događaj A
Računamo $P(H_i/A)$.
Ako je $P(H_k/A)$ maksimalna onda zaključujemo da je hipoteza Hk najvjerojatnija.
$P(H_i/A) = \frac{P(H_i)P(A/H_i)}{P(H_1)P(H_1/A)+......P(H_n)P(A/H_n)}$

1. Ako znamo da je 1% stanovništva ovisno o čokoladi. Testiramo se testom koji je pouzdan 90% . Kolika je vjerojatnost da je Marko ovisan ako je test bio pozitivan?
Zadane su 2 hipoteze $H_1$=ovisan , $H_2$=nije ovisan
$P(H_1) = 1\% = 0.01$
$P(H_2) = 90\% = 0.99$
A= pozitivan test
$P(H_1/A) = 0.083 = 8\%$
Vjerojatnost da je Marko ovisan o čokoladi ako je test bio pozitivan je 8%.