

DOI: <https://doi.org/10.5592/CO/ZT.2017.11>

Ocjena rešetkastoga modela sa slobodnim odabirom nagiba tlačnih štapova primjenom modificirane teorije tlačnog polja

Hrvoje Vido

Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet
kontakt: hrvoje.vido@gradri.uniri.hr

Sažetak

U radu se prikazuje usporedba nosivosti grede na poprečne sile proračunane uporabom rešetkastoga modela sa slobodnim odabirom nagiba tlačnih štapova i modificirane teorije tlačnog polja. Statička neodređenost rešetkastoga modela, koji se temelji na Mörschovoj analogiji, prema normi HRN EN 1992-1-1 određuje se proizvoljnim odabirom nagiba u granicama [21,8°-45°]. Teorija tlačnoga polja, autora Mitchella i Collinsa, osim ravnotežnih jednadžbi uzima u obzir jednadžbe kompatibilnosti i nelinearnoga odnosa naprezanje-deformacija. Proračun je proveden na jednostavno oslonjenoj gredi T-presjeka s vitkim hrptom, opterećenom u sredini raspona. Usporedbe rezultata upućuju da granice odabira nagiba tlačnih štapova nisu dobro prilagođene.

Ključne riječi: *poprečna sila, dimenzioniranje, tlačno polje, nagib tlačnih štapova*

Evaluation of the truss model with free choice of strut angle by modified compression field theory

Abstract

This paper shows shear load capacity comparison between truss model with free choice of strut angle and modified compression field theory. Static indeterminacy of truss model, based on Mörsch analogy, according to standard HRN EN 1992-1-1 is determined by arbitrary angle choice in allowed limits [21.8°-45°]. Compression field theory of authors Mitchell and Collins, except equilibrium equations introduces compatibility equations and nonlinear stress-strain relation. Investigation is made on simple supported T-section beam with slender web, loaded in mid-span. Comparison of results imply that limits of strut angle choice are not well determined.

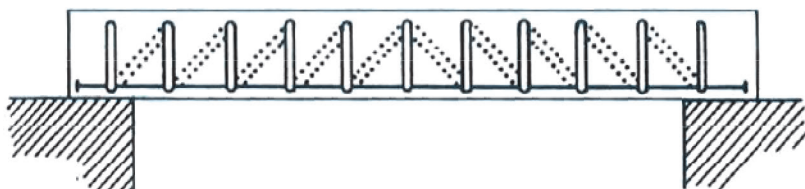
Keywords: *shear force, dimensioning, compression field, strut angle*

1 Uvod

Proračun armiranobetonskih elemenata na poprečne sile prema hrvatskoj normi HRN EN 1992-1-1 [1] temelji se na rešetkastom modelu s promjenjivim nagibom tlačnih štapova. Model se temelji na teoriji plastičnosti, prema kojoj uvjet ravnoteže može biti zadovoljen (uz odgovarajuću količinu uzdužne i poprečne armature) za bilo koji odabrani nagib tlačnih štapova, koji se prema [1] nalazi u ograničenom rasponu [$21,8^\circ$ - 45°]. Za odabrani nagib tlačnih štapova, sustav je statički određena rešetka. Suvremena istraživanja [2] pokazuju da dimenzioniranje elemenata prema ovome modelu nije dovoljno točno, jer se pri odabiru donje granice nagiba tlačnih štapova precjenjuje nosivost. Osim odabirom nagiba tlačnih štapova, statička određenost može se postići primjenom uvjeta koji će dovesti do smanjenja nepoznanica u sustavu. Jedan od modela čini "teorija tlačnoga polja", u kojemu se rešetkasti model proširuje uvođenjem nelinearnoga odnosa naprezanje-deformacija i jednadžbi kompatibilnosti. Istraživanje se provodi usporedbom rezultata proračuna nosivosti određene prema dva navedena postupka.

2 Rešetkasti model s promjenjivim nagibom tlačnih štapova

Ritter (1899) i Mörsch (1908) došli su do zaključka da se, prema trajektorijama glavnih naprezanja, prijenos sila u armiranobetonskom elementu može opisati rešetkom. Ritterov model, prikazan na slici 1., koji je kasnije Mörsch teorijski objasnio, sastoji se od pojasnica rešetke, koje čine beton u tlaku i armatura u vlaku, dok se hrbat sastoji od betonskih dijagonalnih tlačnih štapova i poprečne armature u vlaku. Izvorna ideja da je nagib tlačnih štapova u hrptu 45° , slijedi iz otpornosti materijala za linearno elastičan element. Ova se ideja kasnije, zbog razlike u nosivosti, eksperimentalno pokazala pogrešnom [3].



Slika 1. Rešetkasti model prema Ritteru (1899) [2]

Daljnijim razmatranjem, Mörsch je zaključio da je nagib tlačnih štapova promjenljiv, no nije znao kako ga odrediti. Ova dodatna nepoznanica proširila je rešetkasti model na teoriju plastičnosti, prema kojoj je moguće dimenzionirati gredu na poprečne sile

za svaki, po volji odabrani, nagib tlačnih štapova. Dodatnu neodređenost čini međusobno prožimanje vlačnih i tlačnih polja, jer se spona nalaze na razmaku manjemu od horizontalne projekcije tlačnoga štapa [4]. Model je prihvaćen s praktičnim preporukama u odabiru nagiba tlačnih štapova [1-4]. Pojednostavljenje čini pretpostavka da se posmično naprezanje jednoliko raspoređuje u hrptu prema izrazu

$$v = \frac{V}{bz} [MPa] \quad (1)$$

gdje su v posmično naprezanje i V poprečna sila u promatranom poprečnom presjeku, b širina presjeka, a z krak unutarnjih sila u elementu.

Izrazi za nosivost modela izvedeni su iz uvjeta ravnoteže prema slici 2. uz pretpostavku vertikalne poprečne armature (spona) i proizvoljnoga nagiba tlačnih štapova Θ .

Horizontalna komponenta dijagonalne tlačne sile preuzima se u pojasnicama koje raspodjeljuju silu tako da polovina sile umanjuje tlak u tlačnoj pojasnici, dok druga polovina povećava vlak u vlačnoj pojasnici. Sila u horizontalnoj armaturi računa se prema izrazu (2), gdje je A_x površina i f_x naprezanje u armaturi:

$$\sum x = 0 \rightarrow A_x f_x = \frac{1}{2} v b z \cdot \text{ctg}(\Theta) \quad (2)$$

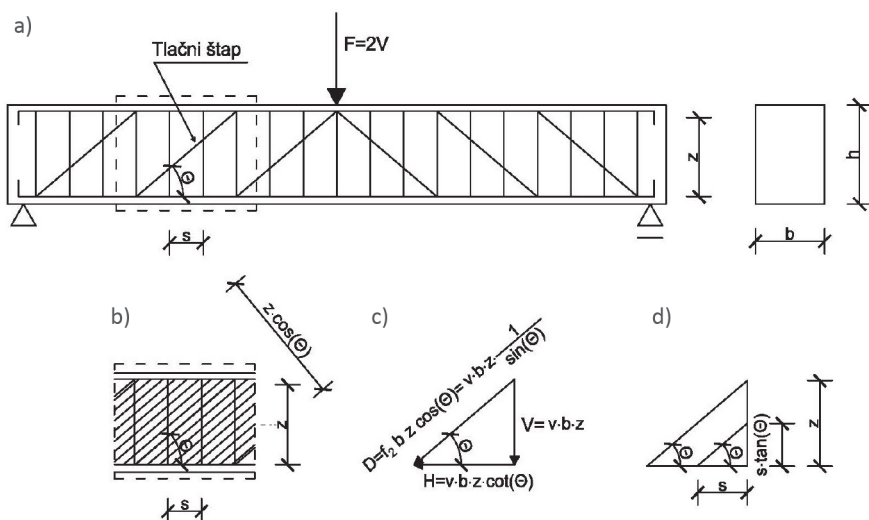
U praktičnoj primjeni ovo se povećanje vlaka preuzima produljenjem područja sidrenja.

Vertikalna komponenta sile preuzima se sponama koje su postavljene na razmaku, te se smatra da se sila jednoliko raspodjeljuje na svaku sponu unutar polja. Prema izrazu (3), sila je izražena preko površine A_v i naprezanja f_v u sponi:

$$\sum y = 0 \rightarrow A_v f_v = v b z \cdot \frac{s}{z} \text{tg}(\Theta) \quad (3)$$

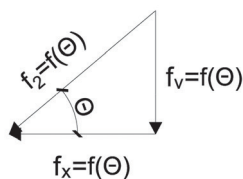
Dijagonalno tlačno naprezanje može se izraziti preko poprečne sile, u ovisnosti o nagibu, prema izrazu (4) koji slijedi iz ravnoteže sila u hrptu prema slici 2.c:

$$f_2 = \frac{v}{\sin(\Theta) \cos(\Theta)} = v(\text{tg}(\Theta) + \text{ctg}(\Theta)) \quad (4)$$



Slika 2. Rešetkasti model s promjenljivim nagibom tlačnih štapova: a) uzdužni i poprečni presjek elementa opterećenog poprečnom silom; b) tlačni ispunski štap u hrptu; c) ravnoteža sila u hrptu; d) preuzimanje vertikalne sile prema razmaku spona

Prema poligonu sila na slici 3. može se zaključiti da ravnotežu elementa čine 4 nepoznanice: dijagonalni tlak f_2 , naprezanje u poprečnoj armaturi f_v , naprezanje u uzdužnoj armaturi f_x , nagib tlačnih štapova Θ , sa samo 3 ravnotežne (prethodno izvedene) jednačbe.



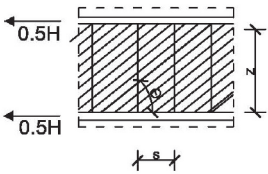
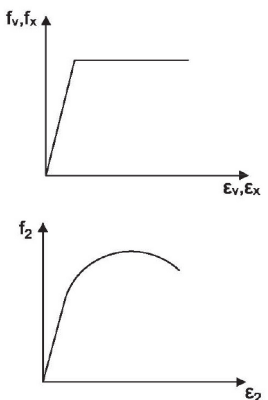
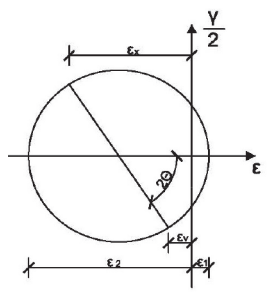
Slika 3. Poligon unutarnjih sila u hrptu elementa u funkciji nepoznanica naprezanja

Za odabrani se nagib tlačnih štapova dimenzioniranje provodi prema preporukama u literaturi [1-4], što čini sustav određenim. Primjenom izraza (2) i (3) može se uočiti da će za manji odabrani nagib biti više opterećena poprečna armatura, dok će za nagib 45° raspodjela unutarnjih sila zbog poprečne sile između uzdužne i poprečne armature biti jednaka. Tijekom proračuna također treba obratiti pozornost na nosivost tlačnih betonskih štapova, koja je jedan od razloga ograničenja donje granice nagiba.

3 Teorija tlačnoga polja

Mitchell i Collins [4] su proširili rešetkasti model primjenom uvjeta kompatibilnosti deformacija i nelinearnoga odnosa naprezanje-deformacija. Osnovna je zamisao promatranje stanja deformiranja za zadani sustav i određivanje ravnoteže preko ispunjavanja uvjeta navedenih u tablici 1. Pri tome je pretpostavka da se smjerovi glavnih naprezanja i deformacija poklapaju.

Tablica 1. Primjena nelinearne analize na rešetkasti model

RAVNOTEŽA	NAPREZANJE - DEFORMACIJA	KOMPATIBILNOST
 $f_2 = v(\tan(\Theta) + \cot(\Theta))$ $f_v = \frac{V}{A_v} \frac{s}{z} \tan(\Theta)$ $f_x = \frac{V}{A_x} \cot(\Theta)$		 $\tan^2(\Theta) = \frac{\epsilon_x - \epsilon_2}{\epsilon_v - \epsilon_2}$ $\epsilon_1 + \epsilon_2 = \epsilon_x + \epsilon_v$

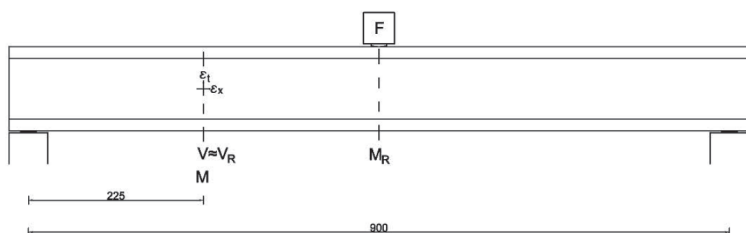
Teorija tlačnoga polja [4] sastoji se od tri uvjeta ravnoteže izvedena prema rešetkastom modelu, nelinearnoga odnosa naprezanje-deformacija za čelik i dijagonalno raspucani beton te uvjeta kompatibilnosti deformacija prikazanoga Mohrovom kružnicom deformacija. Unutarnje sile se određuju iz pretpostavki glavne vlačne deformacije unutar elementa na promatranom području te nagiba tlačnih štapova, čije stanje deformiranja slijedi iz uvjeta kompatibilnosti. Ispunjavanje uvjeta u tablici 1. svodi se na iteracijski proces u kojemu ravnoteža sila konvergira u ovisnosti o odabranoj (proizvoljnoj) glavnoj vlačnoj deformaciji. Pri tome vrijedi pretpostavka raspucanoga presjeka.

Ispitivanjem grednih elemenata utvrđena je veća nosivost od proračunske prema teoriji tlačnoga polja. Razlog je tome doprinos betona u vlaklu, koji je zanemaren u izvornoj ideji. Dopunom teorije tlačnoga polja doprinosom betona u vlaklu nastala je "modificirana teorija tlačnoga polja" [4], koja daje točnije rezultate procjene nosivosti na poprečnu silu. Proračun se može dopuniti uključivanjem dodatnih naprezanja i deformacija zbog utjecaja savijanja, kako bi teorija bila praktično primjenjiva.

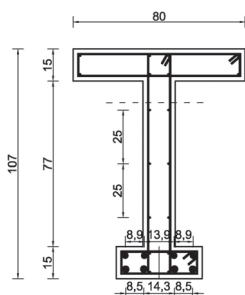
Analiza nosivosti elementa svodi se na algoritam u kojemu se za pretpostavljeno stanje deformiranja definira glavnom vlačnom deformacijom u hrptu $\varepsilon_1 > 0$ i nagibom Θ . Preko uvjeta ravnoteže, kompatibilnosti i odnosa naprezanje-deformacija iteracijskim se postupkom računa stanje naprezanja. Iz rezultata se može za traženo stanje naprezanja dobiti poprečna sila koja djeluje na promatranomu dijelu grede. Divergencija rezultata predstavlja nestabilan sustav do kojega dolazi zbog prekoračenja nekog od zadanih nelinearnih parametara.

4 Proračun armiranobetonskog elementa

Primjenom algoritma za proračun prema modificiranoj teoriji tlačnoga polja proračunan je jednostavno oslonjeni armiranobetonski element vitkoga hrpta, prikazan na slikama 4. i 5. Prethodno je provedeno dimenzioniranje na poprečnu silu prema rešetkastom modelu u skladu s HRN EN 1992-1-1 [1]. Upotrijebljeni materijali su beton razreda C30/37 i rebraste šipke B500B. Zadano proračunsko opterećenje iznosi $F = 1000$ kN. Kao rezultat dimenzioniranja, određena je poprečna armatura u obliku dvorezanih spona promjera 8 mm na razmacima $s = 20, 16$ i $9,5$ cm u ovisnosti o proračunskim nagibima tlačnih štapova $21,8^\circ, 26,5^\circ$ i 40° .



Slika 4. Jednostavno oslonjena greda opterećena u sredini raspona [5]



Slika 5. Poprečni presjek grede [5]

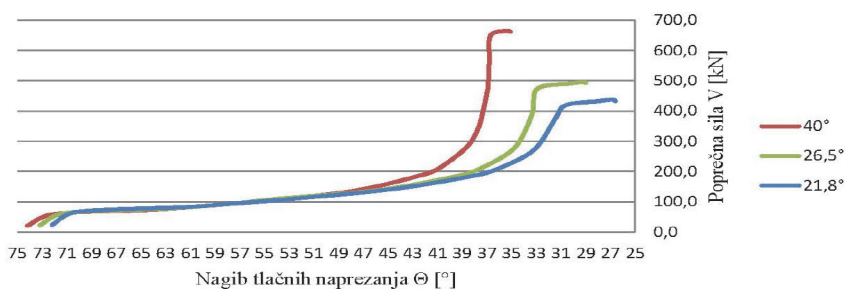
5 Analiza rezultata proračuna

Na slici 6. prikazan je odnos poprečne sile i kuta nagiba tlačnih štapova određen prema modificiranoj teoriji tlačnoga polja. Može se uočiti da tako određena nosivost na poprečne sile ovisi o odabranom proračunskom nagibu pri dimenzioniranju prema rešetkastom modelu. Greda je u sva tri promatrana slučaja dimenzionirana na proračunsku poprečnu silu 500 kN.

U slučaju dimenzioniranja za nagib tlačnih štapova $\Theta = 40^\circ$ greda ima najveću nosivost na poprečnu silu tj. $V_{Rd} = 661,8$ kN; što je veće od proračunske sile na koju je greda dimenzionirana. Nagib tlačnih štapova prema teoriji tlačnoga polja pri slomu iznosi $35,1^\circ$.

Kod odabranoga nagiba $\Theta = 26,5^\circ$ nosivost odgovara proračunskoj $V_{Rd} = 492,3$ kN \approx 500 kN. Do popuštanja armature dolazi pri ≈ 475 kN, i nagibu tlačnih štapova 33° .

Najmanji nagib $\Theta = 21,8^\circ$ ne zadovoljava proračunsku nosivost, $V_{Rd} = 432,9$ kN. Pri neznatno manjoj sili i nagibu 31° dolazi do granice popuštanja spona.



Slika 6. Odnos nagiba tlačnih štapova i nosivosti na poprečne sile [5]

6 Zaključak

Na temelju usporedbe rezultata proračuna grede na poprečne sile prema modificiranoj teoriji tlačnoga polja uočavaju se znatne razlike u odnosu na proračunsku nosivost grede prema rešetkastom modelu sa slobodnim odabirom nagiba tlačnih štapova. U prikazanom primjeru pokazano je da je, ako je poprečna armatura grede određena prema rešetkastom modelu za nagib kosih tlačnih štapova $21,8^\circ$, nosivost određena na temelju modificirane teorije tlačnog polja manja od one u polaznom rešetkastom modelu. U slučaju kad je za dimenzioniranje poprečne armature odabran kut 40° , nosivost određena prema modificiranoj teoriji tlačnoga polja znatno je veća od one koja se dobiva prema rešetkastom modelu. Za odabrani nagib tlačnih štapova u rešetkastom modelu $26,5^\circ$ nosivost određena na rešetkastom modelu i prema modificiranoj teoriji tlačnih štapova je podjednaka. Donju granicu nagiba tlačnih štapo-

va kod primjene rešetkastog modela sa slobodnim nagibom tlačnih štapova trebalo bi korigirati. U prikazanom primjeru donja granica je $26,5^\circ$. Odabirom velikoga kuta nagiba tlačnih štapova rešetkastog modela rješenje može biti suviše konzervativno, to jest neracionalno, kao što je pokazano u slučaju nagiba tlačnih 40° . Za preciznije definiranje granica nagiba tlačnih štapova, potrebno je provesti dodatna istraživanja koja bi uključila variranje količine poprečne i uzdužne armature, svojstva materijala, presjeka, statičkih sustava, opterećenja i drugo.

Literatura

- [1] EN 1992-1-1: Part 1-1: General rules and rules for buildings, Eurocode 2 – Design of concrete structures, European committee for standardisation, Bruxelles, 2004.
- [2] Grandić, D., Šćulac, P., Grandić, I.Š.: Nosivost armiranobetonskih greda na poprečne sile po kriteriju čvrstoće betonskih tlačnih štapova, Tehnički vjesnik, 22 (2015) 4, pp. 925-934
- [3] Tomičić, I.: Elementi naprezani poprečnom silom, Betonske konstrukcije, Školska knjiga, 1996.
- [4] Collins, M.P., Mitchell, D.: Members Subjected to Shear, Prestressed Concrete structures, Response publications, pp. 309-379, 1997.
- [5] Vido, H.: Ponašanje armiranobetonskih greda opterećenih poprečnim silama, Diplomski rad, Rijeka, 2014.