

DOI: <https://doi.org/10.5592/CO/ZT.2017.21>

## Pregled modela vremenski ovisnog ponašanja betona

Ante Džolan

Sveučilište u Mostaru, Građevinski fakultet  
kontakt: [a.dzolan@yahoo.com](mailto:a.dzolan@yahoo.com)

### Sažetak

Beton kao građevni materijal, u današnjem obliku, počeo se koristiti krajem 19. stoljeća. Međutim, tlačna čvrstoća betona znatno je veća od vlačne, te se beton armira kako bi armatura preuzela naprezanja u vlačnoj zoni betona. U vlačnoj zoni armiranog betona dolazi do otvaranja pukotina u betonu kada su vlačna naprezanja dostigla vrijednost vlačne čvrstoće betona. Kako bi se izbjegla pojava pukotina ili ograničila njihova širina, osmišljeno je prednapinjanje betona. Prednapinjanjem se u beton unose tlačna naprezanja prije njegova opterećivanja, te se time omogućuje tlačna raspodjela naprezanja po visini opterećenog betonskog presjeka, čime se izbjegava pojava pukotina. Prvi pokušaji prednapinjanja su propadali zbog nepoznavanja fenomena puzanja i skupljanja betona. Naime, u betonu se uslijed puzanja i skupljanja pojavljuju naprezanja koja mogu dovesti do otvaranja pukotine prije opterećivanja betona. Puzanje i skupljanje predstavljaju vremenski ovisne deformacije, gdje puzanje, za razliku od skupljanja, ovisi i o opterećenju. Deformacije izazvane puzanjem i skupljanjem mogu biti i nekoliko puta veće od deformacija izazvanih djelovanjem kratkotrajnih statičkih opterećenja, tako da je besmisleno proučavati ponašanje konstrukcija zanemarujući efekte puzanja i skupljanja betona.

*Ključne riječi: puzanje, skupljanje, prednapinjanje, beton*

## An overview of the models for time dependent behavior of concrete

### Abstract

Using of the concrete as building material in its present form began at the end of the 19th century. However, the compressive strength of the concrete is considerably higher than the tensile strength and the concrete is reinforced that the reinforcement takes the stresses in the tensile zone of concrete. In the tensile zone of reinforced concrete, concrete cracking occurs when tensile stresses have reached the value of tensile strength of concrete. In order to avoid cracking or limiting their width, the idea of pre-stressing concrete appears. By prestressing, compressive pressures are applied to the concrete before loading the concrete, thereby it is provided compressive pressure distribution at the height of the loaded concrete section, avoiding the occurrence of cracks. The first attempts prestressing haven't been succeed because it was unknown phenomenon of creep and shrinkage concrete. Namely, there are stresses in concrete that are caused with creep and shrinkage and that can cause cracking of concrete before loading of concrete. Creep and shrinkage represent time-dependent deformations, where creep, unlike shrinkage, also depends of the load. Deformations caused by creep and shrinkage may also be several times greater than deformations caused by the action of short-term static loads, so it is meaningless to study the behavior of the structures by neglecting the effects of creep and shrinkage of concrete.

*Keywords: creep, shrinkage, prestressing, concrete*

## 1 Uvod

Beton je i danas najčešće upotrebljavani građevni materijal, iako se može reći da je razvoj betona kao materijala započeo još u antičko doba. Tada su se kao građevni materijali koristili cementi od drobljenog i spaljivanog gipsa ili vapnenca, a služili su za povezivanje kamena. Tisućljetnim poboljšavanjem takvih materijala, te njihovim miješanjem s drugim materijalima, kao konačni proizvod dobio se moderni beton. Ključni napredak u razvoju betona ostvaren je ugradnjom metala (obično čelika) u betonsku mješavinu, tj. korištenjem armiranog betona.

Beton pokazuje različito ponašanje u tlaku i vlaku, te se približno uzima da je tlačna čvrstoća betona desetak puta veća od vlačne. Prve pojave nelinearnosti u betonu opterećenom kratkotrajnim opterećenjima pojavljuju se pri naprezanjima koja iznose 50 do 70 % odgovarajuće vlačne ili tlačne čvrstoće betona, dok se pri dugotrajnim opterećenjima nelinearnost pojavljuje pri veličini vlačnih ili tlačnih naprezanja 30 % od odgovarajuće čvrstoće betona [1]. S daljnjim povećanjem opterećenja dolazi do pojave novih pukotina i širenja postojećih, odnosno do daljnjeg opadanja modula elastičnosti i povećanja anizotropnosti betona. Pukotine u vlačnom području betona su trajne, te je nužno ograničiti njihovu širinu kako bi se osigurala trajnost i uporabljivost konstrukcije.

Kako bi se ograničila širina pukotina, te time osigurala trajnost i uporabljivost konstrukcija, pristupa se prednapinjanju betonskih elemenata. Smisao prednapinjanja je da se u betonskom elementu umjetno izazovu tlačna naprezanja koja će umanjiti vlačna naprezanja izazvana vlastitom težinom elementa i vanjskim uporabnim opterećenjima, te na taj način izbjeći pojavu pukotine ili joj ograničiti širinu. Prvi pokušaji patentiranja prednapinjanja datiraju još iz 19. stoljeća, međutim svi ti pokušaji u početku su bili bezuspješni. Razlog tome leži u činjenici kako istraživači u tome vremenu nisu poznavali efekt puzanja i skupljanja betona. Naime, uslijed skupljanja i puzanja u betonu su se pojavljivale deformacije, prije opterećivanja konstrukcije, koje bi neutralizirale početnu silu prednapinjanja.

Pri promatranju većih i značajnijih konstrukcija besmisleno je promatrati ponašanje na kratkotrajna opterećenja, a da se pri tome zanemari dugotrajno ponašanje samih konstrukcija. Vremenski ovisno ponašanje betona predstavljaju deformacije puzanja i skupljanja, gdje je puzanje deformacija ovisna o vremenu i dugotrajnom opterećenju na konstrukciju koja je veća od elastične deformacije u betonu izloženom trajnom djelovanju [2, 3]. Puzanje dovodi do povećanja elastične deformacije u vremenu, dok bi u slučaju nepostojanja puzanja početna elastična deformacija puzanja s vremenom opadala kao funkcija skupljanja betona i relaksacije čelika [4]. Razvojem deformacije puzanja u armiranim i prednapetim betonskim konstrukcijama tijekom vremena može doći do velikih preraspodjela naprezanja u samoj konstrukciji, čijim bi se zanemarivanjem mogla značajno ugroziti nosivost i stabilnost promatranih konstrukcija.

Puzanje ima karakter viskozni deformacija, te se pojavljuje u području i tlačnih i vlačnih naprezanja betona. Puzanje u vlaku je manje izraženo nego u tlaku zbog manje vlačne čvrstoće u odnosu na tlačnu. Međutim, puzanje u vlaku je zanimljivo u mnogim praktičnim slučajevima [5], npr. u procjeni mogućnosti otvaranja pukotina zbog naprezanja izazvanih skupljanjem i temperaturnim djelovanjima [6].

Skupljanje betona predstavlja ukupno vremenski ovisno smanjenje volumena izazvano promjenom vlažnosti betonske mješavine. Kod spriječenih deformacija betona skupljanje će dovesti do pojave dodatnih naprezanja u betonu, koja uglavnom preuzima armatura. Prema tome, armatura može utjecati na smanjenje deformacije skupljanja [7-12]. Skupljanje umanjuje razvoj kontinuiranog vremenski ovisnog pomaka [4], te time smanjuje efekt puzanja.

Opisivanje ponašanja puzanja i skupljanja je izrazito nezahvalan zadatak zbog velikog broja parametara koji utječu na njih. Na skupljanje betona utječu sljedeći parametri [13-21]:

- mehanički utjecaji od temperaturnih promjena
- termički utjecaji hidratacije cementa
- hidrološki utjecaji vezani za hidrataciju
- hidrološki utjecaji vezani za klimu
- čvrstoća betona
- konzistencija svježije mješavine
- tip i količina cementa
- w/c faktor
- odnos količine finog agregata prema ukupnoj količini agregata
- sadržaj zraka
- efektivna debljina elementa.

Puzanje ovisi o svojstvu i količini cementne paste te o svojstvu agregata unutar betonske mješavine. Veći volumen agregata u betonskoj mješavini, kao i krući agregat, dovodi do smanjenja deformacije puzanja. Na razvoj puzanja utječu i uvjeti okoline u kojoj je beton pripremljen, ugrađen i opterećen, kao i konstrukcijsko rješenje konstrukcije, te vrijeme opterećivanja konstrukcije i način njegovanja betona [18]. Dvije najčešće veličine kojima se opisuje puzanje su koeficijent puzanja i funkcija puzanja. Zbog složenosti ponašanja puzanja i skupljanja, uslijed velikog broja parametara koji utječu na njihov razvoj, ne postoji neki općeprihvaćeni model njihova ponašanja. Modeli ponašanja puzanja i skupljanja većinom su vezani uz nacionalne propise. Neki od modela korišteni u literaturi dani su u sljedećem poglavlju.

## 2 Pregledni prikaz modela vremenski ovisnog ponašanja betona

Osnovni reološki modeli su:

- model idealno elastičnog tijela ili Hookov model
- Newtonov model idealnog fluida
- model idealno plastičnog Saint Venantovog materijala [1].

Model idealno elastičnog tijela predstavljen je oprugom koja se pod djelovanjem stalne sile izdužuje ili skraćuje bez otpora trenja. Deformacija opruge jednaka je odnosu dužine izduživanja ili skraćivanja i početne dužine opruge, a proporcionalna je veličini naprezanja uslijed sile koja dovodi do istezanja ili skraćivanja opruge. Koeficijent proporcionalnosti je zapravo modul elastičnosti materijala od koga je izvedena opruga, te se međuovisnost naprezanja, deformacije i modula elastičnosti iskazuje Hookovim zakonom.

Newtonov model idealnog fluida najjednostavnije je prikazati kretanjem krutog klipa kroz viskoznu tekućinu pod djelovanjem vanjskih sila. Kod Newtonova modela vrijedi zakon proporcionalnosti između naprezanja i brzine deformacije.

Model idealno plastičnog Saint Venantova materijala može se opisati kretanjem teškog tereta po hrapavoj podlozi. Materijal se ponaša kao apsolutno krut i miruje sve do trenutka dostizanja nekog graničnog naprezanja, a potom se javlja nepovratna i neograničena deformacija.

Svi ostali modeli koji su predloženi u literaturi dobiveni su povezivanjem osnovnih modela u paralelu ili niz [1]. Tako se paralelnim povezivanjem modela idealno elastičnog tijela i Newtonova modela idealnog fluida dobije Kelvinov model, čiji je glavni nedostatak što ne može registrirati trenutnu elastičnu deformaciju te utjecaj starenja betona na konačnu veličinu viskozne deformacije.

Povezivanjem u niz modela idealno elastičnog tijela i Newtonova modela dobije se Maxwellov model koji zadržava svojstva fluida, odnosno s porastom vremena deformacija raste neograničeno, te pri rasterećenju ostaju deformacije postignute u procesu opterećivanja. Maxwellovim modelom ne može se opisati proces relaksacije betona.

Povezivanjem u niz modela idealno elastičnog tijela i Saint Venantova modela nastaje Prandtl-Reuseov model idealno elastoplastičnog tijela, koji do kritične veličine naprezanja daje elastično ponašanje materijala a po dostizanju kritičnog naprezanja simulira plastično ponašanje. Pri rasterećivanju dolazi do ukupnog povrata elastične deformacije dok plastična u potpunosti ostaje nepovratna.

Daljnijim povezivanjem u paralelu ili niz osnovnih reoloških modela i prethodno opisanih modela nastalih jednostavnijim njihovim povezivanjem dobiju se složeni reološki modeli. Složeniji reološki modeli bolje opisuju ponašanje materijala na dugotrajna opterećenja, ali istovremeno daju kompliciranije izraze kojima se opisuje to ponašanje.

Povezivanjem u paralelu "m" Maxwellovih modela dobiva se uopćeni Maxwellov model [22], koji može simulirati relaksacijsko ponašanje materijala.

Povezivanjem u niz Maxwellova i Kelvinova modela nastaje Burgerov model [22] koji može opisivati složenije ponašanje materijala nego Maxwellov i/ili Kelvinov model. Povezivanjem u niz visokoplastičnog modela (nastaje paralelnim povezivanjem Newtonova modela idealnog fluida i Saint Venantova modela) i modela idealno elastičnog tijela dobije se Binghamov model [22] koji ukupnu deformaciju materijala definira kao zbroj elastične, viskozne i plastične deformacije.

Povezivanjem u niz idealno elastičnog tijela s četiri Maxwellova modela povezana u paralelnu vezu dobije se višeslojni viskoelastični model [22], a on u sebi sadrži dio koji će posebno prikazati početnu elastičnu deformaciju i dio koji će prikazati vremenski ovisnu deformaciju puzanja betona.

Osim puzanja i skupljanja, na razvoj deformacija u armiranim i prednapetim betonskim konstrukcijama utječu tijekom vremena i pukotine u tim konstrukcijama, kao i temperaturne promjene kojima su konstrukcije izložene. U literaturi [23] opisan je model koji deformaciju računa kao zbroj deformacija od puzanja, skupljanja, temperaturnih utjecaja i pojave pukotina u promatranom elementu. Model se dobije povezivanjem paralelne veze tri Maxwellova modela i jednog modela idealno elastičnog tijela u niz s modelom ponašanja raspucalog betona i modela koji simulira pojavu skupljanja i temperaturne utjecaje. U literaturi [24] dan je preformulirani i poboljšani Bažantov B3 model. Dobiven je povezivanjem u niz modela idealno elastičnog tijela, "m" ojačanih Kelvinovih modela, tijela izloženog starenju s viskoznom ovisnošću o mikronaprežanjima, elementa skupljanja i elementa temperaturnih utjecaja. Sljedeći model iz literature je fib Model Code 2010 [25, 26] koji predstavlja poboljšanje modela CEB/FIP Model Code-a 1990, odnosno CEB/FIP Model Code-a 1978. Tim modelom dana je nova poboljšana formulacija dugotrajnog vremenski ovisnog ponašanja betona. Puzanje se u tom modelu promatra kroz dvije komponente: osnovno puzanje i puzanje nastalo sušenjem. Sljedeću skupinu modela čine modeli vezani uz nacionalne propise, pa tako postoje: AASHTO LRFD 2010 [27] - model Američkog državnog ureda za autoceste i transport, ACI 209R-92 [3] - model američkog instituta za beton, AS 3600 [28] - model iz australskih propisa betonskih konstrukcija i model iz EC-2 [29] - model za proračun puzanja prema europskim normama. Glavne su razlike tih modela u broju parametara koji se uzimaju u obzir prilikom određivanja veličine koeficijenta puzanja. U posljednje vrijeme istraživanja u predloženom području vrlo su intenzivna. Tako se u literaturi [30] analizira vremenski ovisno ponašanje betona napravljenog od grubog agregata, dobivenog od recikliranog betonskog materijala, te je zaključeno kako se povećava efekt puzanja i skupljanja s povećanjem postotka recikliranoga grubog agregata u betonskoj mješavini. U literaturi [31] predstavljen je numerički model za proračun vremenski ovisnog ponašanja betona prednapetih aramidnim vlaknima koja su ojačana polimerom i/ili čeličnim užadima. Rad [32] bavi se istraživanjem vre-

menski ovisnog ponašanja betona načinjenog od polistirenskog agregata, dok se [33, 34] također bave problematikom puzanja i skupljanja kod betona ojačanih vlaknima ili umjetnim armiranim materijalima.

### **3 Zaključak**

Iz svega opisanog može se zaključiti kako postoji veliki broj različitih modela za predviđanje vremenski ovisnog ponašanja betona. Međutim, različite teorije puzanja često daju različite rezultate, pa zbog toga Han sa suradnicima [35] predlaže stohastičko/probabilistički model određivanja dugotrajnih progiba koji se bazira na kratkotrajnim progibima. Danas se za proračun vremenski ovisnih deformacija betona najčešće koriste empirijski modeli, koji su uglavnom vezani za nacionalne propise. Međutim, modeli se uglavnom razlikuju brojem i vrstom parametara koje primjenjuju pri proračunu. Stoga je nužno razviti model vremenski ovisnih deformacija koji će uz primjenu što manjeg broja parametara davati pouzdane rezultate za veći broj različitih konstrukcijskih rješenja, te time predstavljati općeprihvaćeni model.

### **Literatura**

- [1] Ivković, M.: Betonske konstrukcije II, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Institut za materijale i konstrukcije, Beograd, 1981.
- [2] Naaman, A.E.: Prestressed Concrete Analysis and Design: Fundamentals, 2. izdanje, Techno Press 3000, 2004.
- [3] ACI Committee 209, Guide for Modeling and Calculating Shrinkage and Creep of Concrete (ACI 209.2R-08), Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 2008.
- [4] Mante, D.M.: Improving Camber Predictions for Precast, Prestressed Concrete Bridge Girders, PhD Thesis, The Graduate Faculty of Auburn University, Auburn, Alabama, 2016.
- [5] Gilbert, R.I., Ranzi, G.: Time-Dependent Behaviour of Concrete Structures, Spon Press, London and New York, 2011.
- [6] Aslani, F.: Experimental and Numerical Study of Time Dependet Behaviour of Reinforced Self-Compacting Concrete Slabs, PhD Thesis, School of Civil and Environmental Engineering, University of Technology Sydney, Sydney, 2014.
- [7] Ghali, A., Favre, R.: Concrete Structures: Stresses and Deformations, Chapman and Hall Ltd, New York, 1986.
- [8] Selna, L.G.: Time Dependent Behaviour of Reinforced Concrete Structures, UC-SESM Report No. 67-19, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, University of California, Berkeley, 1967.

- [9] Altoubat, S.A., Lange, D.A.: Early Age Shrinkage and Creep of Fiber Reinforced Concrete for Airfield Pavement, Aircraft Pavement Tehnology, 2001.
- [10] The Adam Neville Symposium: Creep and Shrinkage-Structural Design Effects, SP-194, ur. A. Al-Manaseer, ACI, 2000.
- [11] Chow, C.O., Hinton E., Abdel Rahman, H.H.: Analysis of Creep and Shrinkage Effect in Reinforced Concrete Beams, Proceedings of the International Conference on Computer-Aided Analysis and Design of Concrete Structures, Split, 1984.
- [12] Ghali, A., Favre, R., Elbadry, M.: Concrete Structures: Stresses and Deformations, 3. izdanje, Spon Press, London, UK, 2002.
- [13] Šahinagić-Isović, M., Markovski, G., Čeček, M.: Shrinkage strain of concrete - causes and types, Građevinar, 64 (2012) 9, pp. 727-734
- [14] Bažant, Z.P.: Theory of creep and shrinkage in concrete structures: a precis of recent developments, Mechanics Today, Vol. 2, ur. Nemat-Nasser, S., Pergamon Press, New York, USA, 1975.
- [15] Bažant, Z.P.: Mathematical models for creep and shrinkage of concrete, Creep and Shrinkage in Concrete Structures, ur. Bažant, Z.P. i Wittmann, F.H., John Wiley and Sons, New York, USA, 1982.
- [16] Gilbert, R.I.: Time Effects in Concrete Structures, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, The Netherlands, 1988.
- [17] Van Zijl, G.P.A.G.: A Numerical Formulation for Masonry Creep, Shrinkage and Cracking, Series 11: Engineering Mechanisms 01, Delf University Press, 1999.
- [18] ACI Committee 209, Factors Affecting Shrinkage and Creep of Hardened Concrete (ACI 209.1R), Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 2005.
- [19] Neville, A.M.: Time-Dependent behaviour of Cemsave concrete, Concrete, 9 (No. 3), 36-39, 1975.
- [20] Lorman, W.R.: The theory of concrete creep, ASTM, Proc. 40, 1082-1102, 1940.
- [21] Polivka, M.P.: Studies of creep in mass concrete, Paper 12, Symposium on Mass Concrete, ACI Special Publication, No. 6, 30, 1964.
- [22] Pui Lam, N.G.: Constitutive Modelling and Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, PhD Thesis, The University of Hong Kong, Hong Kong, 2007.
- [23] Di Luizo, G.: Numerical model for Time-Dependent Fracturing of Concrete, Journal of Engineering Mechanics, 135 (2009) 7, pp. 632-640
- [24] Jirasek, M., Havlasek, P.: Microprestress-solidification theory of concrete creep: Reformulation and improvement, Journal Cement and Concrete Research, 60 (2014), pp. 51-62

- [25] Mola, F., Pellegrini, L.M.: The New Model for Creep of Concrete in FIP Model Code 2010, 37<sup>th</sup> Conferecne on Our World in Concrete and Structures, Singapore, 2012.
- [26] Holowaty, J.: New Formula for Creep of Concrete in fib Model Code 2010, American Journal of Materials Science and Application, 5 (2015) 3, pp. 59-69.
- [27] AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, 6. izdanje, Washington, DC, American Association of State Highway and Transportation Officials, 2012.
- [28] AS 3600, Australian Standard™ Concrete Structures, Standards Australia International Ltd GPO Box 5420, Sydney, NSW, 2001.
- [29] EN 1992-1-1: Part 1-1: General rules and rules for buildings, Eurocode 2 – Design of concrete structures, European comitee for standardisation, Brusseles, 2004.
- [30] Seara-Paz, S., Gonzales-Fonteboa, B., Martinez-Abella, F., Gonzales-Taboada, I.: Time-dependent behaviour of structural concrete made with recycled coarse aggregates - Creep and shrinkage, Construction and Building Materials, 122 (2016), pp. 95-109
- [31] Lou, T., Lopes, S.M.R., Lopes, A.V.: Time-dependent behavior of concrete beams prestressed with bonded AFRP tendons, Composites Part B: Engineering, 97 (2016), pp. 1-8
- [32] Tang, W.C., Cui, H.Z., Wu, M.: Creep and creep recovery properties of polystyrene aggregate concrete, Construction and Building Materials, 51 (2014), pp. 338-343
- [33] Zawam, M., Soudki, K., West, J.S.: Effect of Prestressing Level on the Time-Dependent Behavior of GFRP Prestressed Concrete Beams, Journal of Composites for Construction, 21 (2017) 4
- [34] Jeong, Y., Lee, J., Kim, W.S.: Modeling and Measurement of Sustained Loading and Temperature-Dependent Deformation of Carbon Fiber-Reinforced Polymer Bonded to Concrete, Materials, 8 (2015), pp. 435-450
- [35] Han, B., Xian, T.Y., Xie, U.B.: A Bayesian inference framework for predicting the long-term deflection of concrete structures caused by creep and shrinkage, Engineering Structures, 142 (2017), pp. 46-55.