DOI: https://doi.org/10.5592/CO/ZT.2017.24

Eksperimentalno i numeričko modeliranje tečenja u krškim vodonosnicima

Luka Malenica, Hrvoje Gotovac, Grgo Kamber

Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije
kontakt: luka.malenica@gradst.hr

Sažetak

Tečenje vode u kršu predstavlja kompleksan hidraulički sustav zbog čega se većina postojećih numeričkih modela bazira na pojednostavljenim matematičkim modelima. U ovom radu se prikazuje razvoj novog numeričkog modela koji bi trebao predstavljati iskorak prema realnijem modeliranju tečenja u kršu. Poseban problem s kompleksnim 3D modelima tečenja u kršu je njihova verifikacija zbog nepoznatih parametara vodonosnika, posebno pozicije, oblika i dimenzija krških kanala. Stoga se u ovom radu prikazuje mogućnost verifikacije numeričkog modela u laboratorijskim uvjetima na posebno izgrađenom fizikalnom modelu krškog vodonosnika.

Ključne riječi: *krš, tečenje podzemnih voda, fizikalni model, numerički model*

Physical and numerical flow modeling in karst aquifers

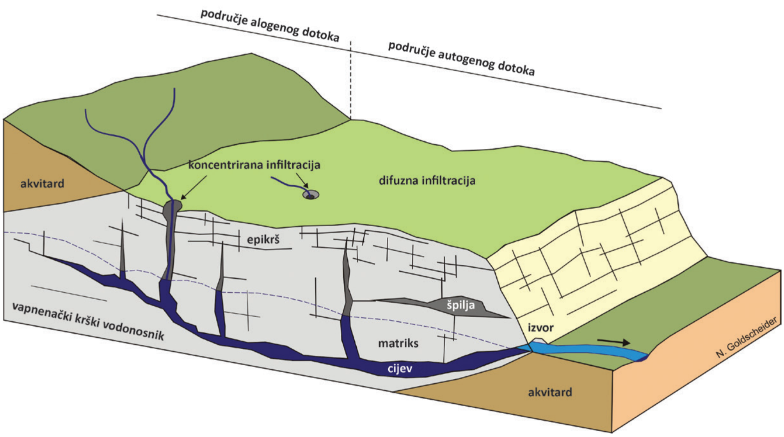
Abstract

Because groundwater flow in karst is very complex hydraulic system, most of existing models are based on simplified mathematical models. This work represents attempt toward more reliable modeling of flow in karst. Particular difficulty with complex 3-D karst flow models is its verification due to lack of input data such as parameters of aquifer, especially position, shape and dimensions of conduit network. Therefore, this work shows possibility to verify karst flow models under the laboratory controlled conditions on specially build karst physical model.

Keywords: *karst, groundwater flow, physical model, numerical model*

1 Uvod

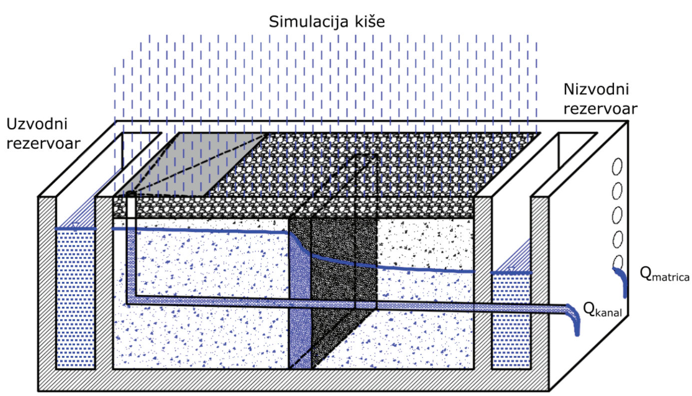
Općenito od 20 % do 25 % svjetske populacije koristi vodu iz krških vodonosnika [1]. Osim dostupnih količina, vrlo je bitna kvaliteta vode. Kako voda u kršu zbog postojanja mreže krških kanala teče vrlo brzo prema izvorima, krški vodonosnici su posebno ranjivi na širenje onečišćenja. Stoga numeričko modeliranje tečenja u kršu nije samo izazovno već i potrebno [2].



Slika 1. Primjer krškog vodonosnika [3]

Slika 1. prikazuje konceptualni model krškog vodonosnika [3]. Na slici je prikazan kanalski sustav u kojem se uglavnom odvija turbulentni tok koji, ovisno o trenutačnim hidrodinamičkim uvjetima, može biti sa slobodnim vodnim licem ili pod tlakom. Drugi dio toka se odvija kroz sustav manjih pukotina i pora koji zajedno nazivamo matricom i gdje se u pravilu odvija laminarno, difuzno strujanje (procjeđivanje). Najveći dio akumulirane vode se skladišti u samoj matrici dok se glavni dio protoka prema izvoru odvija kroz sustav kanala. Veza između kanala i matrice postoji u oba smjera. Tijekom kišnih razdoblja jedan dio oborina direktno ponire te jako brzo povećava tlakove i protoke u kanalima, dok se drugi dio oborina infiltrira kroz epikrš u nesaturiranu zonu i akumulira se u matrici u kojoj su promjene znatno sporije nego u kanalu. Naglo povećanje tlakova u kanalu dovodi do toga da kanal jedno vrijeme prihranjuje matricu. Nakon prestanka oborina, tlakovi i protoci u kanalu brzo opadaju te kanal počinje funkcionirati kao dren podzemne vode akumulirane u matrici i kavernama.
Kod modeliranja krša možemo definirati dva glavna problema: teoretski i praktični. Teoretski problem je taj što krš predstavlja kompleksan hidraulički sustav koji se ne može jednostavno matematički opisati. Također tečenje u kanalima i matrici fizikalno je dosta različito, što se prenosi na matematičke jednadžbe koje su različitog karaktera i čija se rješenja mijenjaju na različitim vremenskim i prostornim skalama što stvara

ozbiljne probleme za stvaranje robusnih numeričkih modela.
Praktični problem je taj što je kod realnih krških vodonosnika dosta podataka nepoznato, tj. ulazni podatci kao što su geometrija i pozicija kanala, parametri tla, stvarna raspodjela kiše, itd. uvijek su ograničeni i često nedovoljni za realne simulacije.
U ovom radu je težište na teoretskom problemu, odnosno na pitanju ako su poznati svi ulazni podatci, kako realno opisati takav složeni sustav te kako verificirati dobivene rezultate. Zbog toga je odlučeno izgraditi trodimenzionalni fizikalni model koji ujedno predstavlja i konceptualni model jednog krškog vodonosnika. Stoga prvi korak prema realnijem modeliranju tečenja u stvarnim krškim vodonosnicima jest razvoj novog numeričkog modela te njegova verifikacija s eksperimentalnim rezultatima.
Fizikalni model
Opisat će se eksperimentalni model koji je shematski prikazan na slici 2. Model se nalazi u dvorištu laboratorija Fakulteta građevinarstva, arhitekture i geodezije u Žrnovnici.



Slika 2. Shema fizikalnog modela za modeliranje tečenja u kršu

Model se sastoji od betonske konstrukcije s dva spremnika (uzvodni i nizvodni) u kojima se određuju razine vode, tj. piezometarske razine kao rubni uvjeti. Između spremnika se nalazi heterogeni porozni medij (*matrica*) ispunjen uglavnom kvarcnim pijeskom različitih frakcija, a na vrhu se nalazi 25 cm šljunka (*epikrš*). Unutar poroznog medija postavljene su perforirane plastične cijevi (*krški kanali*) s ugrađenim vertikalnim cijevima (*ponorima*). Na vrhu bazena ugrađene su prskalice za simulaciju oborina. Pomoću posebno napravljenih oštrobridnih trokutnih preljeva, tijekom eksperimenta se mjere protoci iz matrice (što u praksi gotovo nikad nije moguće) i na kraju krških kanala (*izvori*). Također, unutar samog modela ugrađeni su piezometri te se uz još određen broj pomičnih tlačnih senzora mjere tlakovi u poroznoj matrici u približno 50 točaka.
Iako navedeni fizikalni model nije potpuno realan model stvarnog krškog vodonosnika, činjenica da se u praksi isti matematički modeli koriste za opisivanje tečenja u kršu

i u jednom ovakvom sustavu čini ga dosta atraktivnim i otvara mogućnost provjere ispravnosti numeričkih modela krša.

Slika 3. Fotografija fizikalnog modela

2 Matematički model tečenja u kršu

2.1 Tečenje u poroznoj matrici

Tečenje u varijabilno saturiranim poroznim sredinama može se opisati jednadžbom kontinuiteta nestišljivog strujanja i Darcyevim zakonom. Kombinirajući navedene dvije jednadžbe dolazi se do mješovite formulacije Richardsove jednadžbe koja glasi [4]:

$$\frac{\partial \theta(h_M)}{\partial t} = \nabla \cdot (K(h_M)\nabla h_M) + q \tag{1}$$

gdje je θ [L^3/L^3] obujamska vlažnost tla, h_m [L] piezometarska razina u matrici, $\boldsymbol{K}$ [L/T] tenzor hidrauličke propusnosti i q [1/T] je izvorni član koji može služiti i za uspostavljanje veze između matrice i kanala. Iako konstitutivni odnosi [4] između θ i h_m omogućuju da se jednadžba (1) napiše kao funkcija samo jedne nepoznanice (θ ili h_m), numerički je najpovoljnije aproksimirati direktno izraz (1). Linearizacija obujamske vlažnosti θ preko piezometarske razine h_m omogućuje da je nepoznata varijabla pri rješavanju problema samo piezometarska razina h_m.
Zbog izrazite nelinearnosti parametara tla u nesaturiranoj zoni, navedeni problem često zahtijeva vrlo finu prostornu i vremensku diskretizaciju, kao i određene tehnike stabilizacije u svrhu osiguranja konvergencije numeričkog postupka.

2.2 Tečenje u krškim kanalima

Tečenje u kanalima zapravo je potpuno opisano sustavom Navier-Stokesovih jednadžbi [5]. Međutim, kako je rješavanje punih 3D jednadžbi računalno veoma zahtjevno i kako mogućnost strujanja sa slobodnim vodnim licem dovodi do problema modeliranja ili višefaznog tečenja (vode i zraka) ili nepoznate geometrije vodnog lica (geometrijska nelinearnost), tako i problem postaje još zahtjevniji. Da bi razvijeni model bio primjenjiv (na skali realnog krškog vodonosnika), potrebno je pojednostavniti matematički model tečenja u kanalu. Jedna od mogućnosti je koristiti 1D Saint-Venantove jednadžbe koje opisuju tečenje u otvorenim koritima, ali uz manje modifikacije mogu aproksimirati i tečenje u cijevima pod tlakom. Sustav Saint-Venantovih jednadžbi je definiran jednadžbom kontinuiteta

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial (Au)}{\partial x} = q \tag{2}$$

te jednadžbom očuvanja količine gibanja

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + g\frac{\partial h_c}{\partial x} + g(S_f - S) = 0 \tag{3}$$

gdje su: A [L^2] površina poprečnog presjeka toka, $u = Q/A$ [L/T] je srednja brzina u presjeku, q [L^2/T] izvorni član, h_c [L] dubina vode u proračunskom presjeku kanala kod tečenja sa slobodnim vodnim licem ili piezometarska visina kod tečenja pod tlakom, S_f [*L*/*L*] nagib energetske linije, a S [L/L] nagiba dna kanala.

2.3 Interakcija između matrice i krških kanala

Dva najčešća pristupa u literaturi za uspostavljanje veze između matrice i kanala je jednakost tlakova te izraz za fluks na granici između dviju domena [2]. Prvi pristup uglavnom se primjenjuje kada su obje domene potpuno saturirane, te stoga nije pogodan za postavljeni konceptualni model. Kod drugog pristupa volumetrijski protok između različitih domena definira se izrazom

$$Q_{ex} = \alpha(h_c - h_M) \tag{4}$$

gdje su h_c i h_M piezometarske visine u kanalu i matrici, a α je parametar koji nema svoje potpuno fizikalno značenje, te se u pravilu kalibrira. Uspostavljanje fizikalno relevantnije veze između matrice i kanala zasigurno bi bio iskorak prema realnijem modeliranju krških vodonosnika.

3 Numerički model tečenja u kršu

Numerički model korišten za diskretizaciju navedenog matematičkog modela bazira se na integralnoj formulaciji konačnih volumena (direktnom zadovoljenju zakona održanja na diskretnim konačnim volumenima) te Fup baznim funkcijama. Fup bazne funkcije ubrajaju se u klasu atomskih baznih funkcija i mogu se definirati kao beskonačno derivabilne krivulje [6]. Rješenja u matrici i kanalu se opisuju umnoškom nepoznatih koeficijenata i baznih funkcija:

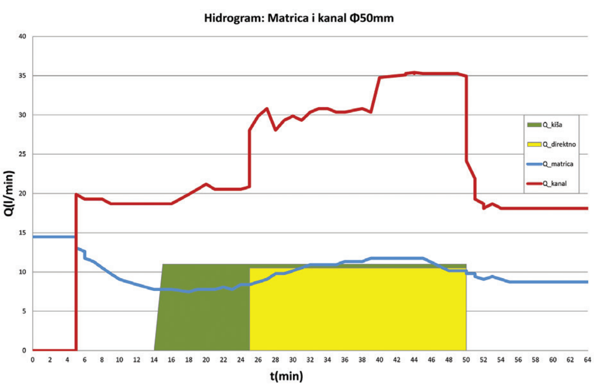
$$h_M(x,y,z) = \sum_j \alpha_j \cdot \varphi_j(x,y,z) \tag{5}$$

$$h_c(l) = \sum_j \beta_k \cdot \Phi_k(l) \tag{6}$$

3D bazne funkcije φ_j opisuju rješenje u poroznoj matrici, a 1D bazne funkcije β_k u krškim kanalima, gdje su α_j i β_k Fup koeficijenti koji definiraju rješenje u matrici i kanalima. Opisani pristup zasnovan na Fup baznim funkcijama omogućuje aproksimaciju višeg reda, te aproksimativna rješenja definirana kao kontinuirane funkcije s kontinuiranim i glatkim derivacijama.

4 Rezultati

U ovom radu se daje primjer hidrograma izmjerenog na fizikalnom modelu (slika 4). Mjerenja počinju od postignutog stacionarnog stanja u matrici za zatvoreni završetak krškog kanala (izvor). Približno nakon 5 minuta od početka mjerenja kanal se otvara. Protok u kanalu (Q_{kanal}) vrlo brzo raste dok protok u matrici ($Q_{matrica}$) opada (kanal funkcionira kao dren podzemne vode). U 14. minuti od početka eksperimenta počinje simulacija kiše ($Q_{kiša}$), a u 25. minuti se uključuje direktno prihranjivanje vode ($Q_{direktno}$) kroz ponor u kanal. U 50. minuti se prekida kiša i direktno prihranjivanje te se protoci nakon određenog vremena vraćaju na stanje prije kiše.



Slika 4. Rezultati fizikalnog modela: hidrogram

5 Zaključak

U ovom radu je opisan fizikalni i numerički model za tečenje vode u kršu. Osim manjeg broja dvodimenzionalnih modela, ovakav tip eksperimentalnog modela u literaturi nije pronađen, pa stoga nudi mogućnost za provjeru ispravnosti postojećih numeričkih modela krša. Također opisani numerički model uzima potpunije (fizikalnije) jednadžbe od postojećih numeričkih modela u kršu te bi zajedno s novom numeričkom metodom, koja se razvija za potrebe ovog modela, trebao predstavljati iskorak prema boljemu razumijevanju i realnijem modeliranju svih procesa vezanih uz tečenje vode u krškim vodonosnicima.

Zahvala

Zahvaljujemo što je ovo istraživanje finacirana Hrvatska zaklada za znanost kroz znanstvani projekt “Modeliranje tečenja u krškim vodonosnicima”; UIP-2013-11-8103.

Literatura

[1] Ford, D., Williams, P.: Karst Hydrogeology and Geomorphology, John Wiley & Sons Ltd., 2007.

[2] De Rooij R.: Towards improved numerical modeling of karst aquifers: coupling turbulent conduit flow and laminar matrix flow under variably saturated conditions, University of Neuchatel, 2008.

[3] International Association of Hydrogeologist, link (http://karst.iah.org/karst_hydrogeology.html), pristupljeno: 15.07.2017.

[4] Celia, M.A., Bouloutas, E.T., Zarba, R L.: A general mass conservative numerical solution for the unsaturated flow equation, Water Resources Research. 1990, https://doi.org/10.1029/WR026i007p01483

[5] Batchelor, G.K., Young, A.D.: An Introduction to Fluid Mechanics, Journal of Applied Mechanics, 1968.

[6] Gotovac, H., Andričević, R., Gotovac, B.: Multi-resolution adaptive modeling of groundwater flow and transport problems. Adv Water Resour, 30 (2007) 5, pp.1105–26.