

Pregled pristupa numeričkom modeliranju zidanih građevina

Sara Vaing¹, dr. sc. **Maja Baniček¹**, prof. dr. sc. **Josip Atalić¹**

¹Sveučilište u Zagrebu Građevinski fakultet, sara.vaing@grad.unizg.hr, maja.banicek@grad.unizg.hr, josip.atalic@grad.unizg.hr

Sažetak

Povijesne zidane građevine iznimno su osjetljive na potresna djelovanja i znatno pridonose ukupnom potresnom riziku. Za pouzdaniju procjenu ponašanja pri djelovanju potresa koristimo nelinearne proračune, pri čemu veliku ulogu imaju nesigurnosti u modeliranju, osobito epistemičke, koje se često zanemaruju. U radu se analiziraju različite metode modeliranja, s naglaskom na metodu ekvivalentnih okvira kao najrašireniju. Većina metoda ne uključuje otkazivanja izvan ravnine, dok se kod ekvivalentnih okvira koristi makroelement koji obuhvaća ponašanje u i izvan ravnine. Taj je element implementiran u OpenSees, napredni alat otvorenog koda za nelinearne seizmičke analize.

Ključne riječi: zidane građevine, nesigurnosti pri modeliranju, metoda ekvivalentnih okvira, OpenSees, otkazivanje izvan ravnine

Overview of approaches to numerical modeling of masonry structures

Abstract

Historic masonry buildings are highly vulnerable to seismic actions and significantly contribute to overall seismic risk. Accurate assessment of their seismic response requires nonlinear analysis, which is heavily influenced by modeling uncertainties, especially epistemic ones that are often overlooked. This paper reviews various modeling approaches, highlighting their advantages and limitations, with a focus on the equivalent frame method as the most widely used. Most methods do not account for out-of-plane failure, whereas the equivalent frame method incorporates a macroelement that captures both in-plane and out-of-plane behavior of masonry elements. This element is implemented in the open-source software framework OpenSees, which, despite some limitations, remains one of the most advanced tools for performing nonlinear seismic analysis of structural and geotechnical systems.

Key words: unreinforced masonry structures, modelling uncertainty, equivalent frame approach, OpenSees, out-of-plane failure

1 Uvod

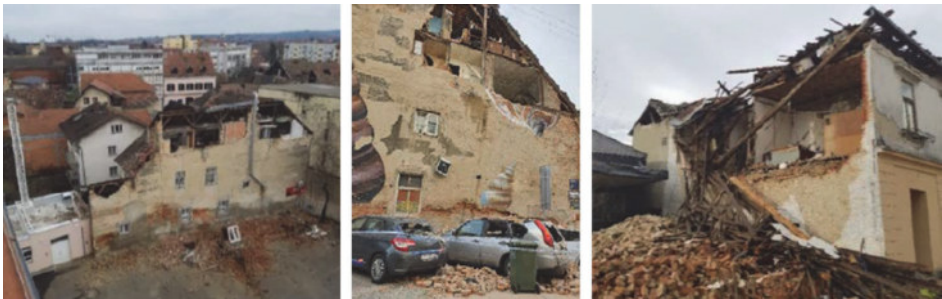
Potresi u svijetu [1], a i nedavni potresi u Hrvatskoj [2] istaknuli su visoku ranjivost tradicijskih zidanih građevina koje čine većinu povijesnih centara raznih gradova u svijetu. Kako bi se potencijalni rizik od potresa smanjio, potrebno je unaprijediti razumijevanje njihovog ponašanja. Odrediti dobar numerički model koji predstavlja stvarno ponašanje predstavlja jedan od najvažnijih izazova u analizi postojećih zidanih konstrukcija te projektiranju njihova pojačanja. Odziv i ponašanje zidanih građevina ovisi o mehaničkim karakteristikama opeke i morta te njihovoj međusobnoj povezanosti. Vrijednosti tih karakteristika su radi same povijesti i dotrajalosti tradicijskih zgrada degradirale, to jest smanjile su se u odnosu na početne vrijednosti u doba izgradnje, što materijal čini heterogenim te se javlja potreba za nelinearnim proračunima. Kod postojećih zidanih konstrukcija veza između opeke i morta je izuzetno slaba što utiče na gubitak adhezije i smanjenje nosivosti ziđa [3]. U zadnjih pola stoljeća posebna se pažnja posvećuje računskoj analizi zidanih zgrada te ovaj rad daje pregled nekih od metoda koje se koriste za izradu numeričkih modela zidanih konstrukcija [4]. Kako bi numerički model vjerodostojno prikazivao ponašanje, važno je posebnu pažnju posvetiti detaljima koji se često zanemaruju ili pojednostavljaju, a znatno utječu na nesigurnosti pri modeliranju [5]. Metoda ekvivalentnih okvira u radu je istaknuta kao najkorištenija metoda u akademskoj zajednici ali i inženjerskoj praksi te je u sklopu te metode suvremeni napredni alat OpenSees istaknut kao izvrsno znanstveno rješenje spomenutih problema koji se javljaju u procjeni ponašanja zidanih zgrada na područjima izloženim potresima.

2 Nesigurnosti pri modeliranju

Kako bi se doprinos postojećih zidanih zgrada riziku od potresa smanjio, potrebno je konstantno istraživati njihovo ponašanje te primijeniti postupke procjene koji odražavaju njihove specifičnosti. Na žalost, precizna procjena otpornosti na potres često je otežana radi nedostatka informacija o materijalu, konstrukciji i spojevima [6]. Veliki utjecaj na rezultate proračuna imaju nesigurnosti koje se često ne uzimaju u obzir, a vrlo su važne kada se govori o zidanim konstrukcijama. U kontekstu modeliranja, glavna podjela nesigurnosti je na aleatorne i epistemičke. Aleatorne (lat. *alea*, u prijevodu bacanje kocke) proizlaze iz prirode samog procesa. Znamo da postoje i da su uzrokovane intrinzičnom varijabilnošću problema. Nije ih moguće u potpunosti eliminirati dok epistemičke (lat. *episteme*, u prijevodu znanje) proizlaze iz nedostatka znanja ili podataka, te ih je moguće smanjiti dodatnim istraživanjem i boljim razumijevanjem [7].

2.1 Epistemičke nesigurnosti

Neki od parametara koji utiču na epistemičke nesigurnosti pri procjeni ponašanja zidanih građevina su mehaničke karakteristike materijala. Radi same povijesti i dugog vijeka povijesnih građevina, karakteristike opeke i morta su promijenjene u odnosu na doba izgradnje. Eksperimentalna ispitivanja su skupa, a neka od njih nije dozvoljeno provoditi na povijesnim građevinama. Često se vrijednosti materijala razlikuju i unutar same građevine, radi rekonstrukcija kroz vrijeme, te je općenito izazovno odrediti dobre ulazne podatke. Veliki utjecaj na rezultate ima i odabir krutosti horizontalne dijafragme, što je također vrlo teško odrediti [8]. Doprinos nesigurnosti imaju i nelinearni spojevi vertikalnih i horizontalnih konstrukcijskih elemenata koji utječu na razvoj mehanizma otkazivanja elemenata van ravnine. To su spojevi između zidova, spojevi između podova i zidova a u slučaju blokova, kontakt između građevina koje ne dijele zajednički zid. Karakteristike tih spojeva vrlo je teško procijeniti. Često se uzimaju u obzir kao krute, što uzrokuje pogrešnu procjenu ponašanja, osobito kod proračuna pojačanja [9]. Većina pristupa modeliranju zidanih građevina ne uzima u obzir otkazivanje elemenata izvan ravnine već je taj proračun potrebo provesti zasebno. Taj je mehanizam vrlo važno uzeti u obzir radi velikih posljedica koje ima u smislu oštećenja građevina, ugroze ljudskog života, te ekonomskog učinka. Pregledi oštećenja građevina nakon potresa u Zagrebu i Petrinji 2020. i 2021. godine pokazala su da je ovaj način otkazivanja zastupljen kod zidanih građevina te najviše doprinosi ukupnoj šteti nakon potresa, slika 1. Osim što uzrokuje veliku štetu na samoj građevini, velik je broj susjednih zgrada proglašeno privremeno neuporabljivo radi vanjskih utjecaja gdje im je prijetila opasnost od urušavanja dimnjaka ili fasadnih zidova. Primijećena su otkazivanja zabatnih zidova po cijeloj visini građevine te fasadnih zidova van ravnine. Osim na novčanu štetu, veliki utjecaj imaju i na ugrozu ljudskog života te zamućivanje ulica što otežava prolazak interventne službe i hitne pomoći [10].



Slika 1. Otkazivanja zidova van ravnine u Zagrebačkom potresu 2020. godine [9]

3 pristupi modeliranju zidanih konstrukcija

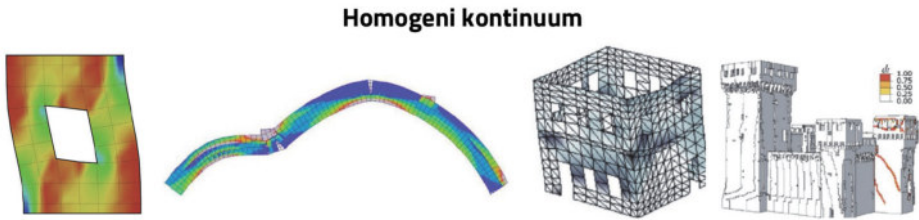
Zide je kompozitni materijal koji se sastoji od elementa (kamen, opeka) i morta, a mehanizmi otkazivanja mogu biti vlačni slom elementa i spoja, otkazivanje spoja na posmik i tlačno otkazivanje kompozita. Ovi fenomeni mogu se uzeti u obzir mikro-modeliranjem gdje se zidani element i mort modeliraju zasebno. Nasuprot tome, pristupom makro-modeliranja materijal se promatra kao anizotropan homogeni kontinuum pri čemu se međudjelovanje komponenti ne može uključiti izravno u numerički model već se uspostavlja veza između srednjih naprezanja i deformacija. Mikro-modeliranja su nužna za bolje razumijevanje lokalnog ponašanja zidanih konstrukcija. Ova vrsta modeliranja posebno je primjenjiva na analizu detalja, dok je makro-modeliranje orijentirano na praktičnu primjenu zbog jednostavnije izrade modela i manjeg zahtjeva za računalnim vremenom i memorijom [11]. U novije vrijeme, posebna se pažnja posvećuje računskoj analizi zidanih zgrada pa u znanstvenoj literaturi postoje razni pristupi modeliranju koji se temelje na idealizacijama materijala i konstrukcije, no [12] opsežnu literaturu svodi na četiri temeljna pristupa: modeli temeljeni na elementima i njihovoj interakciji, modeli temeljeni na homogenom kontinuumu, modeli temeljeni na geometriji i proračunu krutih tijela te modeli temeljeni na zamjenskim elementima. Prvi pristup predstavlja ponašanje зида na razini pojedine komponente, element i mort, te njihove međusobne interakcije. Ovaj pristup prikazuje detaljno ponašanje materijala i mehanizme sloma u ravnini i izvan ravnine. Prednosti ove metode su visoka točnost i preciznost, pogodna je za složene i nepravilne geometrije, omogućuje uvid u lokalno ponašanje i mehanizme sloma, korisna je za analizu povijesnih građevina i kalibraciju drugih modela, a nedostaci što je izrazito računalno zahtjevna, složeno je i vremenski zahtjevno modeliranje, potrebni su detaljni ulazni podaci koji često nisu dostupni, ograničena je primjena u inženjerskoj praksi, koristi se uglavnom u znanstvenim istraživanjima i za objekte posebne važnosti. Neki od softverskih alata koji primjenjuju ovu metodu su SAP2000, Abaqus, DIANA [13–15]. Neki od primjera prikazani su na slici 2.

Elementi i njihova interakcija



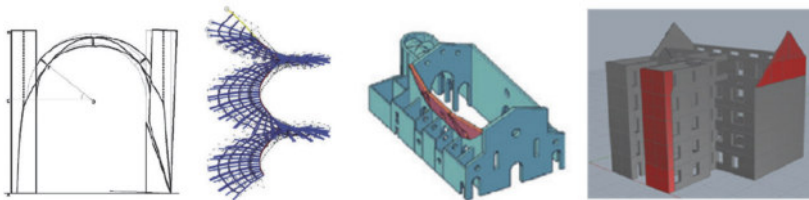
Slika 2. Primjeri modela i dosadašnjih istraživanja pristupom elemenata i njihove interakcije, redom [11, 16–18]

Jednostavnija metoda od modeliranja зида „ciglu po ciglu“ je modeliranje s pretpostavkom зида kao kontinuiranog deformabilnog tijela (slika 3) gdje se razlika između opeke i morta gubi u prikazu зида na makrorazini te se svojstva cijelog зида definiraju kroz zamjenski homogeni materijal. Takvi modeli najčešće se kalibriraju prema podacima dobivenim eksperimentalnim ispitivanjima. Ova metoda široko je primjenjiva i često je korištena, pogodna je za složene i monumentalne građevine, podržava različite pristupe (plastično oštećenje, homogenizacija). Međutim, moguće je precijeniti deformabilnost i granični pomak, ograničeno je prikazivanje lokalnih efekata, trenutno nije potpuno razvijena 3D homogenizacija, homogenizacija zahtijeva dodatni trud i može smanjiti preciznost, veća je računalna složenost u odnosu na jednostavnije modele. Također se mogu koristiti softveri poput Abaqus-a i DIANA.



Slika 3. Primjeri modela i dosadašnjih istraživanja temeljenih na homogenom kontinuumu [19-22]

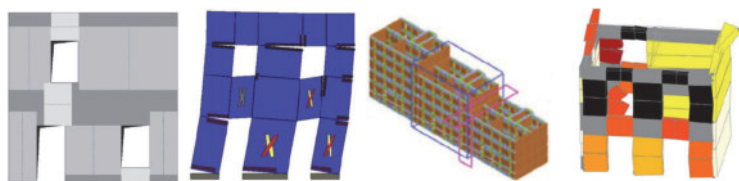
Treći pristup temelji se na geometriji, pri čemu se konstrukcija promatra kao skup krutih tijela, a analiza se uz geometriju i opterećenja svodi na rješavanje jednadžbi ravnoteže temeljene na statičkim ili kinematičkim teoremima. Metoda se koristi za procjenu lokalnih mehanizama sloma i stabilnosti konstrukcije. Ova metoda ima jednostavnu primjenu, nije potrebno detaljno modeliranje materijala, omogućuje razumijevanje mehanizama sloma, prikladna je za složene svodove i lukove, te je ključna za procjenu stabilnosti. No, ne uključuje mehaničke i materijalne karakteristike, pojednostavljuje ponašanje konstrukcije, ne podržava dinamičku analizu i ograničena je na zakrivljene elemente. Analiza se provodi pomoću CAD alata poput Rhino i Grasshopper [23]. Neki od primjera prikazani su na slici 4.



Slika 4. Primjeri modela i dosadašnjih istraživanja temeljenih na geometriji, redom [24-27]

Zadnji pristup predstavlja metodu zamjenskih elemenata, kod koje se zidovi zgrade idealiziraju kao skup elemenata zida i nadvoja, čije je nelinearno ponašanje definirano fenomenološki. Ovaj pristup omogućuje brzu procjenu seizmičkog odziva konstrukcije, a novije inačice uključuju i makroelement koji istovremeno obuhvaća ponašanje elementa u ravnini i izvan nje. Primjenjiva je u inženjerskoj praksi, analiza je brza i jednostavna, pogodna je za analizu običnih zgrada pod potresnim opterećenjem. Međutim, kalibracija se temelji samo na zidovima, i nije primjenjiva za složene i nepravilne građevine. Trenutno najpoznatiji softverski alati koji koriste ovu metodu su TREMURI, 3Muri, OpenSees i dr [28-30], a neki od modela prikazani su na slici 5.

Modeli temeljeni na zamjenskim elementima



Slika 5. Primjeri modela i dosadašnjih istraživanja temeljeni na zamjenskim elementima, redom [31-34]

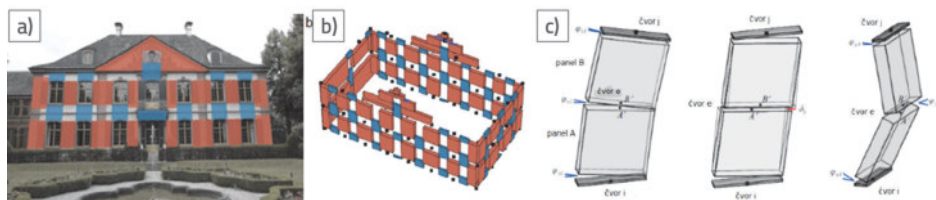
4 Metoda temeljena na zamjenskim elementima

Svaka od navedenih metoda predstavlja mogućnost modeliranja zidanih zgrada na različitim skalama, no radi složenosti izrade modela, potrebnih ulaznih podataka te ograničenosti provedbe dinamičke analize na cijelu zgradu, nijedna od njih nije primjenjiva u inženjerskoj praksi kao metoda ekvivalentnih okvira, a preporuča se i u nekim normama [35, 36]. Ova metoda diskretizira zid na deformabilne elemente koji imaju nelinearan odziv i krute elemente koji ih spajaju. U vidu ove metode razlikuju se deformabilni elementi zid (engl. pier) i nadvoj (eng. spandrel) koji su povezani krutim zonama (eng. rigid panels). Pier-ovi su glavni nosivi elementi koji prenose i vertikalne i horizontalne sile, dok su spandrel sekundarni elementi koji povezuju dva susjedna pier-a i njihov odgovor u slučaju bočnih opterećenja, te na taj način doprinose kapacitetu nosivosti zida na bočne sile. Na temelju pregleda oštećenja nastalih nakon potresa te eksperimentalnih ispitivanja, zaključilo se da se pukotine i mehanizmi otkazivanja pojavljuju na određenim mjestima na zidu na temelju čega se formira geometrija deformabilnih elemenata [37]. Na slici 6 a) i b) prikazan je primjer idealizirane fasade i modela s makroelementima: crvena boja označava element zida (pier), plava označava element nadvoja

(spandrel), a sivo su krute zone (nodal panels). Prednosti ove metode su što je jednostavna za razumijevanje i primjenu u odnosu na druge nelinearne metode, omogućuje brzo izvođenje analiza, uključuje nelinearno ponašanje, raširena je u inženjerskoj praksi i softverima, te je prikladna za analizu postojećih građevina. Premda je izrada numeričkih modela ovom metodom jednostavna i brza, glavni nedostaci su idealiziranje stvarnog ponašanja zidova pri čemu se gubi dio složenosti stvarnog ponašanja posebno kod heterogenih materijala, nepouzdanost rezultata kod nepravilnih građevina u tlocrtu ili visini, te nepravilnog rasporeda otvora na zidovima, metoda je primarno dvodimenzionalna te ne obuhvaća prostornu interakciju elemenata, te analizira globalni odgovor zgrade, ne uzimajući u obzir lokalne mehanizme otkazivanja izvan ravnine [38].

4.1 Makroelement za modeliranje ponašanja zidanih elemenata unutar i izvan ravnine

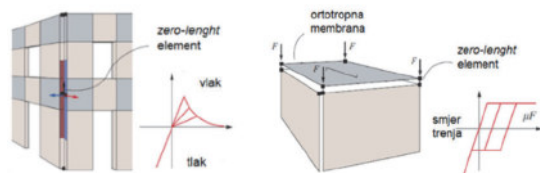
Postojeći modeli ekvivalentnih okvira uglavnom su ograničeni na ravninsku analizu to jest promatraju globalni odziv građevine, dok je za sveobuhvatnu procjenu ponašanja zidanih zgrada prilikom opterećenja potresom potrebno analizirati i razvoj mehanizama sloma van ravnine. U nazad par godina razvijen je makroelement koji obuhvaća ponašanje zidanih elemenata u ravnini kao i izvan nje [39]. Element je jednodimenzionalan a definiran je pomoću tri čvora, dva na rubu i jedan u sredini elemenata, koji su definirani u trodimenzionalnom prostoru. Odgovor unutar ravnine temeljen je na formulaciji makroelementa od Penna et al [40] koji se koristi u programima poput TREMURI i 3muri, a odgovor izvan ravnine obuhvaćen je $P-\Delta$ formulacijom. Definicija elementa kao i defomacije prikazane su na slici 6 c). Makroelement [41] integriran je u OpenSees, napredni objektno orijentirani softverski okvir otvorenog koda koji je razvijen na University of California, Berkeley od strane PEER centra [43]. OpenSees omogućuje vremenski učinkovito provođenje statičkih i dinamičkih analiza uzimajući u obzir nelinearno ponašanje materijala i geometrije. Softver koristi Tcl ili Python, što omogućuje automatizaciju analiza, te podržava paralelno izvođenje simulacija [44]. Unatoč naprednim mogućnostima, bez grafičkog sučelja korisnicima je otežana vizualizacija modela i rezultata a rezultati proračuna osjetljivi su na preciznost ulaznih parametara. [45] daje prikaz razvijenih grafičkih sučelja do 2023. godine. Dokumentacija je djelomično zastarjela, što dodatno usporava uvođenje novih korisnika. OpenSees besplatan je i dostupan softver a njegova objektno-orijentirana arhitektura omogućuje razvoj i implementaciju novih elemenata, materijala i algoritama. Zbog toga se OpenSees primarno koristi u znanstvenim istraživanjima, dok mu je primjena u inženjerskoj praksi ograničena. Ipak, ostaje jedan od najsnažnijih alata za nelinearnu seizmičku analizu.



Slika 6. a) diskretizacija fasade na mrežu makroelemenata, b) model temeljen na makroelementima, c) definicija i deformacije 3D makroelementa [42]

4.2 Definiranje nelinearnih spojeva u OpenSees-u

OpenSees ima mogućnost zadavanja nelinearnih spojeva koji su spomenuti ranije u radu u kontekstu nesigurnosti pri modeliranju, a zadaju se zero-length elementom. Element definiraju dva čvora koji se nalaze na istoj lokaciji. Nelinearnost se definira pridruživanjem željenih materijalnih ponašanja zadanom elementu koji predstavljaju odnos sile i deformacije elementa. Očekivani izvor nelinearnosti spojeva između ploče i zidova je proklizavanje drvenih grednika i moguće otkazivanje tog spoja, te je zero-length elementu potrebno pridružiti odgovarajući materijalni model ponašanja. Primjer jednostavnog materijalnog modela prikazan je na slici 7 gdje je prikazana histereza u smjeru klizanja. Sila trenja raste do maksimuma μF te dolazi do klizanja i povećanja pomaka. Veza između zidova također se modelira zero-length elementom, a potencijalna nelinearnost spoja može se postići otvaranjem vertikalne pukotine što može dovesti do otkazivanja fasadnog zida van ravnine. Spoj se može modelirati zadavanjem elementa na rubnim čvorovima zidova, kojima se dodjeljuju odgovarajuća vlačna svojstva. Maksimalna vlačna sila koju spoj može prenijeti može se definirati integracijom vlačne čvrstoće duž pripadajućeg presjeka, dok spoj u tlaku ima linearno ponašanje [46].



Slika 7. Definiranje nelinearnih spojeva u OpenSees-u [42]

5 Zaključak

Različite strategije modeliranja zidanih konstrukcija nude kompromise između točnosti, složenosti i praktične primjenjivosti. Detaljno modeliranje elemenata i njihove interakcije pruža najvišu razinu preciznosti te je nezamjenjivo za analizu povijesnih i monumentalnih građevina, no visoka računalna zahtjevnost i kompleksnost ove metode ograničavaju njenu širu primjenu. S druge strane, modeli homogenog kontinuuma omogućuju složene analize, ali pate od problema gubitka preciznosti i ograničene mogućnosti prikaza lokalnih fenomena. Geometrijski modeli, iako pojednostavljeni, ključni su za razumijevanje mehanizama sloma kod zakrivljenih elemenata, dok su ekvivalentni okviri jedina metoda praktična za svakodnevnu inženjersku primjenu zbog jednostavnosti, brzine i mogućnosti provođenja velikog broja nelinearnih analiza. Međutim, primjena ove metode ograničena je na građevine pravilne geometrije. Stoga je izbor modela i dalje kompromis između točnosti, kompleksnosti i praktične primjene, pri čemu detaljne metode ostaju nezamjenjive za analizu povijesnih i kulturno vrijednih objekata.

Dodatni potencijal metode ekvivalentnih okvira leži u novo razvijenom makro-elementu, implementiranom u softverski alat OpenSees, koji omogućuju cjelovit prikaz odziva zida unutar i izvan ravnine. U OpenSees su također integrirani elementi te razni materijali nelinearnog ponašanja kojima se mogu uzeti u obzir i smanjiti epistemičke nesigurnosti. Navedeni program i spomenuta metoda planiraju se primijeniti u doktorskom radu za procjenu ponašanja u potresu tradicijskih zidanih zgrada u blokovima na području Donjeg grada u Zagrebu.

Literatura

- [1] D'Ayala D. F., Paganoni S.: Assessment and analysis of damage in L'Aquila historic city centre after 6th April 2009, *Bulletin of Earthquake Engineering* 9 (2011), pp. 81-104, doi: 10.1007/s10518-010-9224-4
- [2] Uroš, M., Šavor Novak, M., Atalić, J., Sigmund, Z., Baniček, M., Demšić, M., and Hak, S., Post-earthquake damage assessment of buildings - Procedure for conducting building inspections, *Građevinar*, vol. 72, no. 12, pp. 1089–1115, 2021, doi: 10.14256/JCE.2969.2020.
- [3] Uroš M., Todorčić M., Crnogorac M., Atalić J., Šavor Novak M., Lakušić S.: Pristup problemu procjene nosivosti i pojačanja zgrada, *Potresno inženjerstvo - obnova zidanih zgrada*. Zagreb, Hrvatska: Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 2021.
- [4] D'Altri, A.M., Sarhosis, V., Milani, G., Rots, J., Cattari, S., Lagomarsino, S., Sacco, E., Tralli, A., Castellazzi, G. & de Miranda, S., 2019. A review of numerical models for masonry structures. In: *Numerical Modeling of Masonry and Historical Structures*, pp.3–53. doi:10.1016/B978-0-08-102439-3.00001-4.

- [5] Tondelli, M., Rota, M., Penna, A. & Magenes, G., 2012. Evaluation of uncertainties in the seismic assessment of existing masonry buildings. *Journal of Earthquake Engineering*, 16(S1), pp.36–64. doi:10.1080/13632469.2012.670578.
- [6] Crnogorac M. Izvorni i stečeni nedostaci konstrukcija zgrada. U: Uroš M., Todorčić M., Crnogorac M., Atalić J., Šavor Novak M., Lakušić S. (ur.) *Potresno inženjerstvo – obnova zidanih zgrada*. Zagreb: Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu; 2021, str. 219–243.
- [7] Der Kiureghian, A. and Ditlevsen, O., 2009. Aleatory or epistemic? Does it matter? *Structural Safety*, 31(2), pp.105–112. <https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2008.06.020>.
- [8] Tomić, I., Vanin, F. & Beyer, K., 2021. Uncertainties in the seismic assessment of historical masonry buildings. *Applied Sciences*, 11(5), p.2280. doi:10.3390/app11052280.
- [9] Bianchini, N., Ciocchi, M.P., Solarino, F., Romanazzi, A., Ramirez, R., D'Anna, J. & Aşikoğlu, A., 2024. Influence of wall-to-floor connections and pounding on pre- and post-diction simulations of a masonry building aggregate tested on a shaking table. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 22, pp.6141–6161. doi:10.1007/s10518-023-01641-x.
- [10] Uroš, M., Atalić, J., Demšić, M., Baniček, M., Šavor Novak, M. & Kadić, A., 2024. Impact of devastating earthquakes in Croatia in 2020. *Journal of Applied Engineering Science*, 22(2), pp.239–244. doi: 10.5937/jaes0-50405.
- [11] Lourenço, P.B., 2008. Experimental and numerical issues in the modelling of the mechanical behaviour of masonry. *Repositório da Universidade do Minho*. Dostupno na: *Repositório da Universidade do Minho* (preko ResearchGate) [pristupljeno 18. srpnja 2025.].
- [12] D'Altri, Antonio Maria, Vasilis Sarhosis, Gabriele Milani, Jan Rots, Serena Cattari, Sergio Lagomarsino, Elio Sacco, Antonio Tralli, Giovanni Castellazzi, and Stefano de Miranda: *Modeling Strategies for the Computational Analysis of Unreinforced Masonry Structures: Review and Classification*, *Archives of Computational Methods in Engineering* 27 (2020), pp. 1153–1185, doi: 10.1007/s11831-019-09351-x.
- [13] Computers and Structures, Inc. (2024) SAP2000 – Integrated Structural Analysis and Design Software. Version 25. Available at: <https://www.csiamerica.com/products/sap2000> (Pristupljeno: 15.07.2025.).
- [14] Dassault Systèmes (2016) ABAQUS/CAE User's Guide. Version 6.16, Dostupno: http://130.149.89.49:2080/v2016/pdf_books/CAE.pdf (Pristupljeno: 15.07.2025.).
- [15] DIANA FEA korisnički priručnici. Dostupno na: <https://dianafea.com/diana-manuals/> (Pristupljeno: 15. srpnja 2025.).

- [16] Lazarević, D., Atalić, J. and Fresl, K. (2009) Reconstruction of Rector's Palace atrium in Dubrovnik: A key role of column connections. In: Proceedings of the 11th International Conference on Structural Studies, Repairs and Maintenance of Heritage Architecture (STREMAH). WIT Press. doi: 10.2495/STR090261.
- [17] Lazarević, D., Gidak, P., Šamec, E. and Jaguljnjak Lazarević, A. (2023) Seismic analysis of Zagreb Cathedral – current state. In: Proceedings of the 13th International Conference on Structural Analysis of Historical Constructions (SAHC 2023), RILEM Bookseries. Springer. doi:10.1007/978-3-031-39603-8_74.
- [18] D'Altri, A.M., de Miranda, S., Castellazzi, G. and Sarhosis, V. (2018) 'A 3D detailed micro-model for the in-plane and out-of-plane numerical analysis of masonry panels', *Computers & Structures*, 206, pp. 18–30. doi: 10.1016/j.compstruc.2018.06.007.
- [19] Giambanco, G., La Malfa Ribolla, E. and Spada, A. (2018) 'Meshless meso-modeling of masonry in the computational homogenization framework', *Meccanica*, 53, pp. 1673–1697. doi: 10.1007/s11012-017-0664-7.
- [20] Pantò, B., Chisari, C., Macorini, L. and Izzuddin, B.A. (2022) 'A hybrid macro-modelling strategy with multi-objective calibration for accurate simulation of multi-ring masonry arches and bridges', *Computers and Structures*, 265, 106769. doi: 10.1016/j.compstruc.2022.106769.
- [21] Milani, G., Lourenço, P. and Tralli, A. (2007) '3D homogenized limit analysis of masonry buildings under horizontal loads', *Engineering Structures*, 29(11), pp. 3134–3148. doi: 10.1016/j.engstruct.2007.03.003.
- [22] Degli Abbatì, S., D'Altri, A.M., Ottonelli, D., Castellazzi, G., Cattari, S., de Miranda, S. and Lagomarsino, S. (2019) 'Seismic assessment of interacting structural units in complex historic masonry constructions by nonlinear static analyses', *Computers & Structures*, 213, pp. 51–71. doi: 10.1016/j.compstruc.2018.12.001.
- [23] McNeel & Associates. Rhino3D Learn – Jump Start tutorials. Dostupno na: https://www.rhino3d.com/learn/?query=kind:%20jump_start&modal=null (Pristupljeno: 15.07.2025).
- [24] Block, P., Ciblac, T. and Ochsendorf, J. (2006) 'Real-time limit analysis of vaulted masonry buildings', *Computers & Structures*, 84(29–30), pp. 1841–1852. doi: 10.1016/j.compstruc.2006.08.002.
- [25] Marmo, F. and Rosati, L. (2017) 'Reformulation and extension of the thrust network analysis', *Computers & Structures*, 182, pp. 104–118. doi: 10.1016/j.compstruc.2016.11.016.
- [26] Chiozzi, A., Grillanda, N., Milani, G. and Tralli, A. (2018) 'UB-ALMANAC: An adaptive limit analysis NURBS-based program for the automatic assessment of partial failure mechanisms in masonry churches', *Engineering Failure Analysis*, 85, pp. 201–220. doi: 10.1016/j.engfailanal.2017.11.013.

- [27] Uroš, M., Demšić, M., Šavor Novak, M., Atalić, J., Baniček, M., Jevtić Rundek, R., Duvnjak, I., Koščak, J., Pilipović, A. and Prevotnik, S. (2024) 'Damage Evaluation and Seismic Assessment of a Typical Historical Unreinforced Masonry Building in the Zagreb 2020 Earthquake: A Case Study—Part I', *Buildings*, 14(2), p. 474. doi: 10.3390/buildings14020474.
- [28] Lagomarsino, S., Galasco, A., Penna, A. and Cattari, S. (2007) *TREMURI Research Manual*. University of Genova, University of Pavia, European Centre for Training and Research in Earthquake Engineering. Dostupno na: <https://www.scribd.com/document/293817607/TREMURI-Research-Manual> (Pristupljeno: 15.7.2025.).
- [29] 3Muri User Manual. Dostupno na: https://www.ergocad.eu/uploads/9/9/7/7/99772912/3muri_eng.pdf (Pristupljeno: 15.7.2025.).
- [30] McKenna, F., Fenves, G.L. and Scott, M.H. (2006) *OpenSees Command Language Manual*. University of California, Berkeley. Dostupno na: <https://opensees.berkeley.edu/OpenSees/manuals/usermanual/OpenSeesCommandLanguageManualJune2006.pdf> (Pristupljeno: 15.7.2025.).
- [31] Lagomarsino, S., Penna, A., Galasco, A. and Cattari, S. (2013) 'TREMURI program: An equivalent frame model for the nonlinear seismic analysis of masonry buildings', *Engineering Structures*, 56, pp. 1787–1799. doi: 10.1016/j.engstruct.2013.08.002.
- [32] Calì, I., Marletta, M. and Pantò, B. (2012) 'A new discrete element model for the evaluation of the seismic behaviour of unreinforced masonry buildings', *Engineering Structures*, 40, pp. 327–338. doi: 10.1016/j.engstruct.2012.02.039.
- [33] Pinasco, S., Demšić, M., Pilipović, A., Šavor Novak, M., Uroš, M., Lagomarsino, S. and Cattari, S. (2025) 'Seismic fragility assessment of existing masonry buildings in aggregate located in Zagreb', *Bulletin of Earthquake Engineering*, 23, pp. 2715–2741. doi: 10.1007/s10518-025-02156-3.
- [34] Tomić, I., Vanin, F., Božulić, I. and Beyer, K. (2021) 'Numerical simulation of unreinforced masonry buildings with timber diaphragms', *Buildings*, 11(5), p. 205. doi: 10.3390/buildings11050205.
- [35] EN 1998-1. Eurocode 8. Design provisions for earthquake resistance of structures. Part 1-1: General rules – seismic actions and general requirements for structures. CEN, Brussels, Belgium; 2004.
- [36] NTC 2008. Decreto Ministeriale 14/1/2008. Norme tecniche per le costruzioni. Ministry of Infrastructures and Transportations. G.U. S.O. n.30 on 4/2/2008; 2008 [na talijanskom].
- [37] Lagomarsino, S., Penna, A., Galasco, A. & Cattari, S., 2013. TREMURI program: An equivalent frame model for the nonlinear seismic analysis of masonry buildings. *Engineering Structures*, 56, pp.1787–1799.

- [38] Quagliarini, E., Maracchini, G. & Clementi, F., 2017. Uses and limits of the Equivalent Frame Model on existing unreinforced masonry buildings for assessing their seismic risk: A review. *Journal of Building Engineering*, 10, pp.166–182. doi:10.1016/j.jobbe.2017.03.004.
- [39] Vanin, F., Penna, A. & Beyer, K., 2020. A three-dimensional macroelement for modelling the in-plane and out-of-plane response of masonry walls. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 49(7), pp.682–704. doi:10.1002/eqe.3277.
- [40] Penna, A., Lagomarsino, S. & Galasco, A., 2014. A nonlinear macroelement model for the seismic analysis of masonry buildings. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 43, pp.159–179. doi:10.1002/eqe.2335.
- [41] EESD-EPGL Github Repository, <https://github.com/orgs/eesd-epfl/repositories>
- [42] EPFL, <https://www.epfl.ch/en/>
- [43] OPENSEES, <https://opensees.berkeley.edu/>
- [44] McKenna, F., Scott, M.H. & Fenves, G.L., 2010. Nonlinear finite-element analysis software architecture using object composition. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 24(1), pp.95–107. doi:10.1061/(ASCE)CP.1943-5487.0000002.
- [45] Shabani, A., 2023. A review of graphical user interfaces of OpenSees software framework. *Frontiers in Built Environment*, 9, 1233116. doi:10.3389/fbuil.2023.1233116.
- [46] Vanin, F., Penna, A. & Beyer, K., 2020. Equivalent-frame modeling of two shaking table tests of masonry buildings accounting for their out-of-plane response. *Frontiers in Built Environment*, 6, p.42. <https://doi.org/10.3389/fbuil.2020.00042>.